Câu 1: **(THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn C

Sử dụng định lí $\begin{cases} a \perp b \\ b // c \end{cases} \Rightarrow a \perp c$.

Câu 2: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Lấy điểm M trên a, qua M kẻ đường thẳng b' song song với b. Khi đó mặt phẳng $(a;b')$ song song với b.

Nếu có một mặt phẳng (P) khác $(a;b')$ qua a mà song song với b khi đó $(P) \cap (a;b') = a$ phải song song với b. Mâu thuẩn a, b chéo nhau. Vậy có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với b.

Câu 3: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Lấy điểm M trên a, qua M kẻ đường thẳng b' song song với b. Khi đó mặt phẳng $(a;b')$ song song với b.

Nếu có một mặt phẳng (P) khác $(a;b')$ qua a mà song song với b khi đó $(P) \cap (a;b') = a$ phải song song với b. Mâu thuẩn a, b chéo nhau. Vậy có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với b.

Câu 4: **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

A. Ba điểm phân biệt. **B.** Một điểm và một đường thẳng.

C. Hai đường thẳng cắt nhau. **D.** Bốn điểm phân biệt.

Lời giải

Chọn C

A sai. Trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì sẽ có vô số mặt phẳng chứa 3 điểm thẳng hàng đã cho.

B sai. Trong trường hợp điểm thuộc đường thẳng đã cho, khi đó ra chỉ có 1 đường thẳng, có vô số mặt phẳng đi qua đường thẳng đó.

D sai. Trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm không đồng phẳng thì sẽ không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

Câu 5: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng đó.

B. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

C. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy.

D. Trong không gian, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Lời giải

Chọn A

A. Đúng.

B. Sai vì hai mặt phẳng có thể trùng nhau.

C. Sai vì ba giao tuyến có thể song song hoặc trùng nhau.

D. Sai hai đường thẳng đó có thể trùng nhau hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Câu 6: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây ?

A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.

B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q).

D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).

Lời giải

Chọn D

Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) là mệnh đề sai khi hai đường thẳng đó song song với nhau.

Câu 7: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng chéo nhau thì không cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề "Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau" chỉ đúng trong mặt phẳng, còn trong không gian thì hai đường thẳng không có điểm chung thì hoặc song song với nhau hoặc chéo nhau.

Câu 8: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Cho hai đường thẳng a và b. Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau?

A. a và b không có điểm chung.

B. a và b nằm trên 2 mặt phẳng phân biệt.

C. a và b là hai cạnh của một hình tứ diện.

D. a và b không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào.

Lời giải

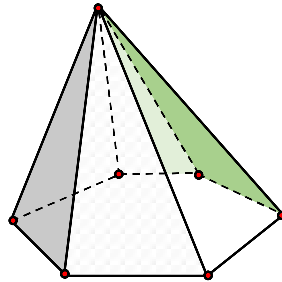
Chọn D

Câu 9: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Hình chóp lục giác có bao nhiêu mặt bên?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B



Quan sát hình vẽ ta thấy hình chóp lục giác đều có 6 mặt bên.

Câu 10: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Cho hai đường thẳng phân biệt a, b cùng song song với một mặt phẳng thì ta có

A. a và b có thể cắt nhau. **B.** a, b chéo nhau.

C. $a // b$. **D.** $a \perp b$.

Lời giải

Chọn A

Câu 1: **(THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Vì 4 điểm không đồng phẳng tạo thành một tứ diện mà tứ diện có 4 mặt.

Câu 2: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P), trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề **sai**.

A. Nếu $b // a$ thì $b // (P)$. **B.** Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$.

C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$. **D.** Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$.

Lời giải

Chọn A

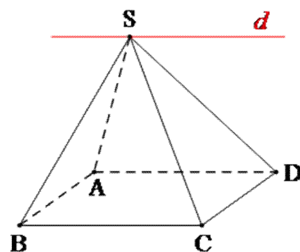
Nếu $a \perp (P)$ và $b // a$ thì $b \perp (P)$.

Câu 3: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AD. **B.** AC. **C.** DC. **D.** BD.

Lời giải

Chọn A



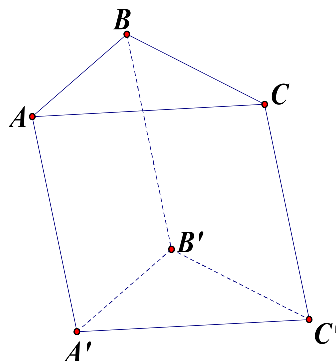
Ta có $AD // BC \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d$, với d là đường thẳng đi qua S và song song với AD.

Câu 4: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D



* Lăng trụ tam giác có 5 mặt gồm 3 mặt bên và 2 mặt đáy.

Câu 5: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.

C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Lời giải

Chọn A

Giả sử (α) song song với (β). Một đường thẳng a song song với (β) có thể nằm trên (α).

Câu 6: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết.

Câu 7: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b?

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn A

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có những vị trí tương đối sau:

- Hai đường thẳng phân biệt a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng có thể song song hoặc cắt nhau
- Hai đường thẳng phân biệt a và b không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau

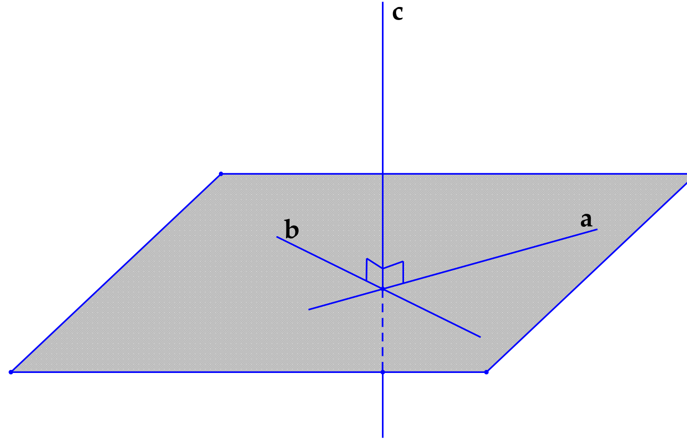
Vậy chúng có 3 vị trí tương đối là song song hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 8: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian, tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn D



$a \perp c$, $b \perp c$ nhưng a có thể cắt b.

Câu 9: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Trong không gian, bốn điểm không đồng phẳng tạo thành một hình tứ diện. Vì vậy xác định nhiều nhất bốn mặt phẳng phân biệt.

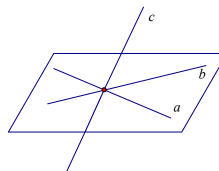
Câu 10: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian cho hai đường thẳng a và b cắt nhau. Đường thẳng c cắt cả hai đường thẳng a và b. Có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

(I) a, b, c luôn đồng phẳng.
(II) a, b đồng phẳng.
(III) a, c đồng phẳng.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B



(I) là mệnh đề sai vì khi a, b, c đồng quy thì có thể không đồng phẳng.
(II), (III) là các mệnh đề đúng vì hai đường thẳng cắt nhau xác định một mặt phẳng.

Câu 11: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, khẳng định nào **đúng** về hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(CB'D')$.

A. $(A'BD) \perp (CB'D')$.

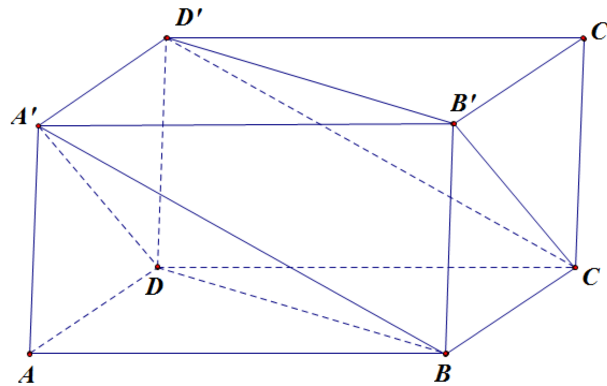
B. $(A'BD) // (CB'D')$.

C. $(A'BD) \equiv (CB'D')$.

D. $(A'BD) \cap (CB'D') = BD'$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $CD' // A'B$ mà $A'B \subset (A'BD)$ nên $CD' // (A'BD)$.

$CB' // A'D$ mà $A'D \subset (A'BD)$ nên $CB' // (A'BD)$.

Vậy $(CB'D')$ chứa hai đường thẳng CD', CB' cắt nhau và cùng song song với $(A'BD)$ từ đó ta có $(A'BD) // (CB'D')$.

Câu 12: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- Nếu $a \subset mp(P)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // mp(Q)$. (I)
- Nếu $a \subset mp(P)$, $b \subset mp(Q)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // b$. (II)
- Nếu $a // mp(P)$, $a // mp(Q)$ và $mp(P) \cap mp(Q) = c$ thì $c // a$. (III)

A. Chỉ (I).

B. (I) và (III).

C. (I) và (II).

D. Cả (I), (II) và (III).

Lời giải

Chọn B

Câu hỏi lý thuyết.

Câu 1: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Số véctơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là

A. P_6. **B.** C_6^2. **C.** A_6^2. **D.** 36.

Lời giải

Chọn C

Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là A_6^2.

Câu 2: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề sai là

A. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.

B. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

D. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

Lời giải

Chọn B

Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau có thể trùng nhau.

Câu 3: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Lời giải

Chọn A

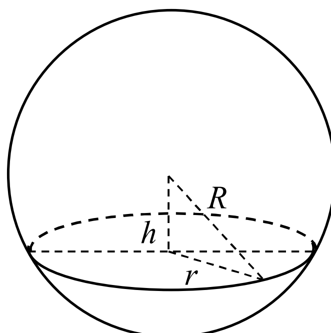
Mệnh đề đúng là "Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung."

Câu 4: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Cho hình cầu bán kính bằng $5\,\text{cm}$, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường tròn đường kính $4\,\text{cm}$. Tính thể tích khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm của hình cầu đã cho.

A. $19,19\,\text{ml}$. **B.** $19,21\,\text{ml}$. **C.** $19,18\,\text{ml}$. **D.** $19,20\,\text{ml}$.

Lời giải

Chọn D



Chiều cao của khối nón: $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$.

Thể tích của khối nón $V = \frac{1}{3}r^2\pi h = \frac{4\sqrt{21}}{3}\pi \approx 19,20$.

Câu 5: **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì cắt nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Lời giải

Chọn C

Hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng thì có ba vị trí tương đối là song với nhau, trùng nhau và cắt nhau. Do đó hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

Câu 6: **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD).

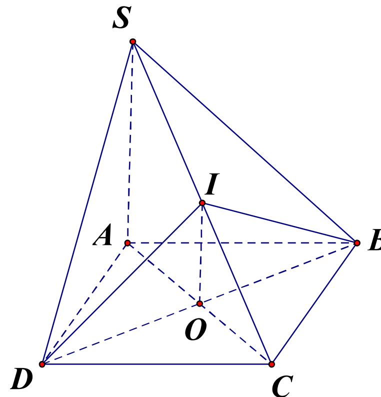
B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Lời giải

Chọn B



A đúng vì $IO \,//\, SA \Rightarrow IO \,//\, (SAD)$.

C đúng vì $IO \,//\, SA \Rightarrow IO \,//\, (SAB)$.

D đúng vì $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

B sai vì mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tam giác IBD.

Câu 7: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
C. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
D. Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

Lời giải

Chọn D

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABCD)//(A'B'C'D')$. **B.** $(AA'D'D)//(BCC'B')$.

C. $(BDD'B')//(ACC'A')$. **D.** $(ABB'A')//(CDD'C')$.

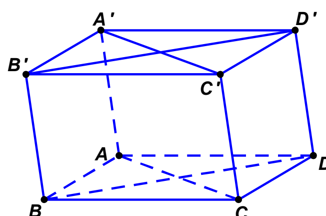
Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABCD)//(A'B'C'D')$. **B.** $(AA'D'D)//(BCC'B')$.

C. $(BDD'B')//(ACC'A')$. **D.** $(ABB'A')//(CDD'C')$.

Lời giải

Chọn C



A đúng vì hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ là hai mặt đối của hình hộp nên song song.

B đúng vì hai mặt phẳng $(AA'D'D)$ và $(BCC'B')$ là hai mặt đối của hình hộp nên song song.

D đúng vì hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(CDD'C')$ là hai mặt đối của hình hộp nên song song.

C sai vì hai mặt phẳng này cắt nhau.

Câu 3: Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q), mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với (Q).

B. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q).

C. Nếu một đường thẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q).

D. Nếu một đường thẳng nằm trên (P) thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trên (Q).

Câu 4: Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q), mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với (Q).

B. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q).

C. Nếu một đường thẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q).

D. Nếu một đường thẳng nằm trên (P) thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trên (Q).

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song có thể song song hoặc chéo nhau.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c.

B. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véctơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

D. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song hoặc trùng với c.

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c.

B. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véctơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

D. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song hoặc trùng với c.

Lời giải

Chọn D

Phương án A: chỉ đúng trong cùng một mặt phẳng nhưng thiếu trường hợp b trùng với c không đúng trong không gian.

Phương án B: góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó khi góc giữa hai véc tơ chỉ phương là góc nhọn, nếu góc giữa véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó là góc tù thì sai.

Phương án C: góc giữa hai đường thẳng có thể là góc vuông...

Câu 7: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.

B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.

B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề: "Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song." là sai. Vì khi đó chúng có thể chéo nhau. Loại **A**.

Mệnh đề: "Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau." là sai. Vì khi đó chúng có thể song song. Loại **B**.

Mệnh đề: "Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau." là sai. Vì khi đó chúng có thể song song, cắt nhau. Loại **D**.

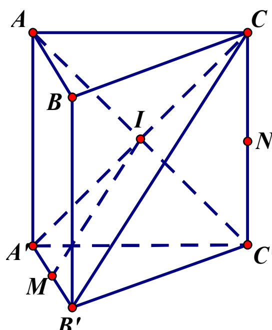
Mệnh đề: "Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau." là đúng theo định nghĩa về hai đường thẳng chéo nhau. Chọn **C**

Câu 1: **(THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC'. Khi đó CB' song song với

A. AM. **B.** $A'N$. **C.** $(BC'M)$. **D.** $(AC'M)$.

Lời giải

Chọn D



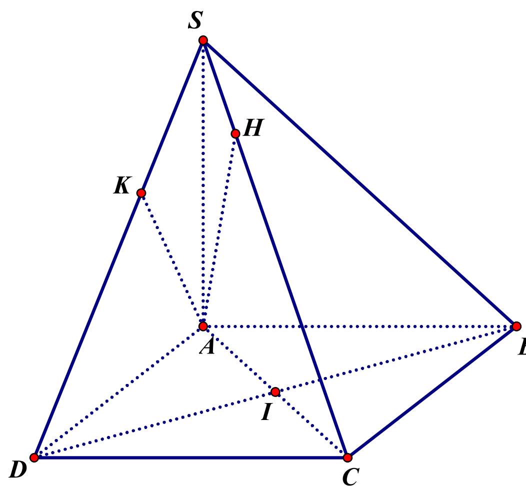
Gọi I là trung điểm của $A'C$. Ta có $MI // B'C$ và $MI \subset (AC'M)$. Do đó $CB' // (AC'M)$.

Câu 2: **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AH \perp (SCD)$. **B.** $BD \perp (SAC)$. **C.** $AK \perp (SCD)$. **D.** $BC \perp (SAC)$.

Lời giải

Chọn C



Có $\left.\begin{matrix} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$.

Có $\left.\begin{matrix} AK \perp SD \\ AK \perp CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow AK \perp (SCD)$.

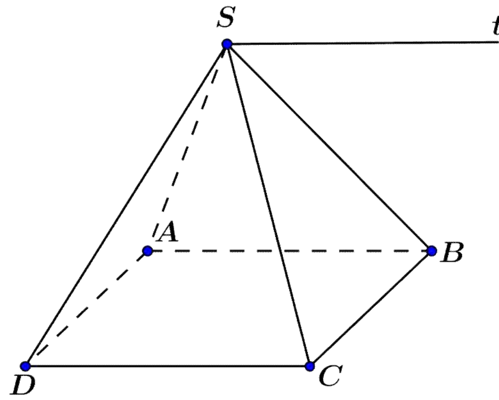
Câu 3: **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

A. Đường thẳng qua S và song song với AD. **B.** Đường thẳng qua S và song song với CD.

C. Đường SO với O là tâm hình bình hành. **D.** Đường thẳng qua S và cắt AB.

Lời giải

Chọn B



✓ S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

✓ Mặt khác $\begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \,//\, CD \end{cases}$.

✓ Nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng St đi qua điểm S và song song với CD.

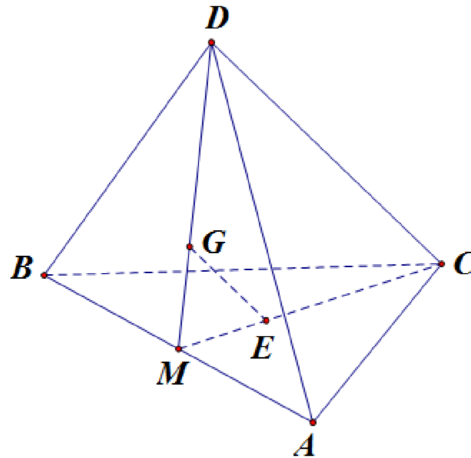
Câu 4: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. GE và CD chéo nhau. **B.** $GE//CD$.

C. GE cắt AD. **D.** GE cắt CD.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của AB. Trong tam giác MCD có $\dfrac{MG}{MD} = \dfrac{ME}{MC} = \dfrac{1}{3}$ suy ra $GE//CD$

Câu 5: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.

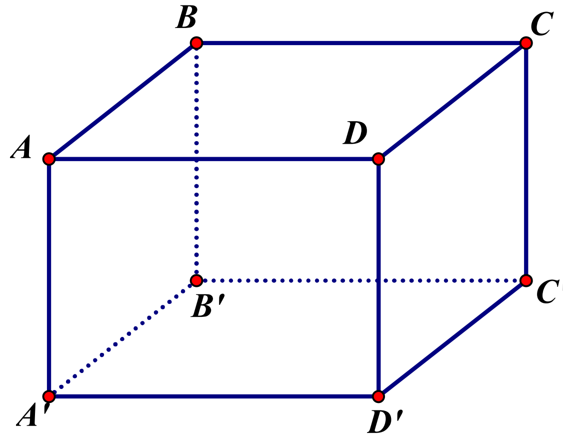
C. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

D. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải:

Chọn C

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ABB'A')$ lần lượt chứa hai đường thẳng song song là AB và $A'B'$ nhưng hai mặt phẳng này không song song với nhau. Đáp án A sai.

Hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ song song với nhau nhưng hai đường thẳng CD và $A'D'$ lần lượt nằm trên hai mặt phẳng này không song song với nhau. Đáp án B sai.

Hai mặt phẳng chỉ có ba vị trí tương đối: song song, cắt nhau, trùng nhau. Nếu hai mặt phẳng phân biệt không song song thì chúng phải cắt nhau. Đáp án C đúng.

Hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(CDD'C')$ cùng song song với đường thẳng BB' nhưng chúng không song song với nhau. Đáp án D sai.

Câu 6: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.

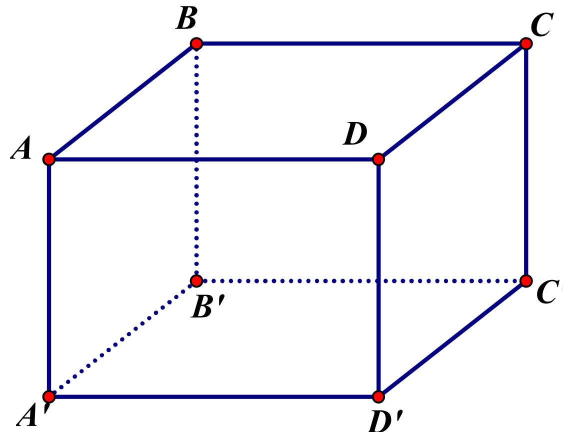
C. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

D. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải:

Chọn C

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ABB'A')$ lần lượt chứa hai đường thẳng song song là AB và $A'B'$ nhưng hai mặt phẳng này không song song với nhau. Đáp án A sai.

Hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ song song với nhau nhưng hai đường thẳng CD và $A'D'$ lần lượt nằm trên hai mặt phẳng này không song song với nhau. Đáp án B sai.

Hai mặt phẳng chỉ có ba vị trí tương đối: song song, cắt nhau, trùng nhau. Nếu hai mặt phẳng phân biệt không song song thì chúng phải cắt nhau. Đáp án C đúng.

Hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(CDD'C')$ cùng song song với đường thẳng BB' nhưng chúng không song song với nhau. Đáp án D sai.

Câu 7: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho bốn mệnh đề sau:

Câu 8: Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với (β).

Câu 9: Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song thì song song với nhau.

Câu 10: Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

Câu 11: Có thể tìm được hai đường thẳng song song mà mỗi đường thẳng cắt đồng thời hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề sai?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Có 3 mệnh đề sai là 2), 3), 4).

Câu 12: sai vì hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song thì có thể song song hoặc chéo nhau.

Câu 13: sai vì hai đường thẳng không có điểm chung thì có thể chéo nhau hoặc song song với nhau.

Câu 14: sai vì nếu tồn tại hai đường song song mà mỗi đường thẳng cắt đồng thời hai đường thẳng chéo nhau cho trước thì cả bốn đường đó sẽ đồng phẳng (mâu thuẫn với dữ kiện hai đường thẳng ban đầu chéo nhau).

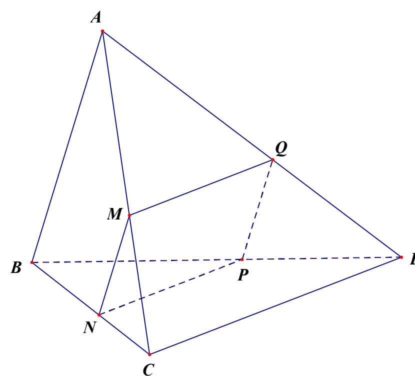
Câu 15: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là một điểm bất kì nằm trên đoạn AC (khác A và C). Mặt phẳng (P) qua M và song song với các đường thẳng AB, CD. Thiết diện của (P) với tứ diện đã cho là hình gì?

A. Hình vuông. **B.** Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng (ABC), kẻ MN song song AB và N thuộc cạnh BC $\Rightarrow (P)\cap(ABC)=MN$.

Trong mặt phẳng (BCD), kẻ NP song song CD và P thuộc cạnh BD $\Rightarrow (P)\cap(BCD)=NP$.

Trong mặt phẳng (ABD), kẻ PQ song song BA và Q thuộc cạnh AD $\Rightarrow (P)\cap(ABD)=PQ$.

Và $(P)\cap(ACD)=MQ$. Do đó thiết diện của (P) với tứ diện đã cho là tứ giác $MNPQ$.

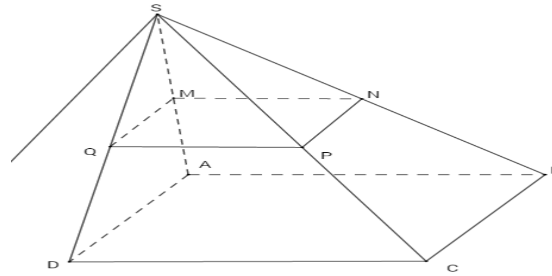
Theo cách dựng thiết diện, ta có $MN \,//\, QP$ và $NP \,//\, MQ$ suy ra $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 16: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q. Gọi I là giao điểm của MQ và NP. Câu nào sau đây đúng?

A. $SI//BA$. **B.** $SI//AC$. **C.** $SI//AD$. **D.** $SI//BD$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $(SMQ)\equiv(SAD)$ và $(SNP)\equiv(SBC)$.

Do $MQ\cap NP=\{I\}$ nên I nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

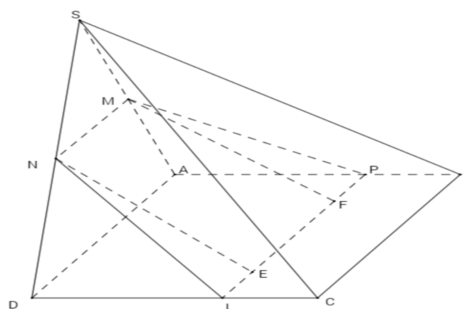
Do AD song song BC nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD. Do I nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) nên suy ra SI song song với AD.

Câu 17: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $3a$, $SA=SD=3a$, $SB=SC=3a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SD, P là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AP=2a$. Tính diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

A. $\dfrac{9a^2\sqrt{139}}{4}$. **B.** $\dfrac{9a^2\sqrt{139}}{8}$. **C.** $\dfrac{9a^2\sqrt{7}}{8}$. **D.** $\dfrac{9a^2\sqrt{139}}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Do $MN//AD \Rightarrow MN//BC$. Vậy (MNP) cắt mặt phẳng $(ABCD)$ theo giao tuyến đi qua P, song song BC và cắt DC tại điểm I. Thiết diện của khối chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) chính là hình thang $MNIP$.

Do $\Delta NDI = \Delta MAP$ nên $MP = NI$. Từ đó suy ra $MNIP$ là hình thang cân.

Trong tam giác SAB, ta có

$$\cos\widehat{SAB} = \frac{SA^2 + AB^2 - SB^2}{2.SA.AB} = \frac{9a^2 + 9a^2 - 27a^2}{2.3a.3a} = -\frac{9a^2}{18a^2} = -\frac{1}{2}.$$

Trong tam giác, MAP, ta có

$$MP^2 = MA^2 + AP^2 - 2MA.AP.\cos\widehat{MAP} = \frac{9a^2}{4} + 4a^2 + \frac{3a}{2}\cdot 2a = \frac{37a^2}{4} \Rightarrow MP = \frac{a\sqrt{37}}{2}.$$

Từ M kẻ $MF \perp PI$, từ N kẻ $NE \perp PI$. Dễ thấy, tứ giác $MNEF$ là hình chữ nhật và từ đó suy ra $MN = EF = \frac{3a}{2} \Rightarrow PF = EI = \frac{3a}{4}$.

Xét tam giác vuông MFP, ta có $MF = \sqrt{MP^2 - FP^2} = \sqrt{\frac{37a^2}{4} - \frac{9a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{139}}{4}$.

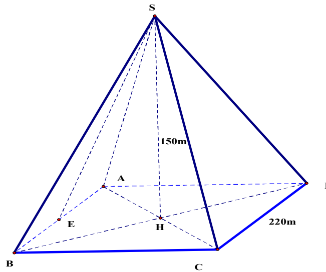
Ta có $S_{MNIP} = \frac{(MN + IP).MF}{2} = \frac{\left(\frac{3a}{2} + 3a\right)\cdot\frac{a\sqrt{139}}{4}}{2} = \frac{9a^2\sqrt{139}}{4}$.

Câu 18: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Một kim tự tháp Ai Cập được xây dựng khoảng 2500 năm trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 150 m, cạnh đáy dài 220 m. Hỏi diện tích xung quanh của kim tự tháp đó bằng bao nhiêu? (Diện tích xung quanh của hình chóp là tổng diện tích của các mặt bên)

A. $2200\sqrt{346}\left(\text{m}^2\right)$.
B. $1100\sqrt{346}\left(\text{m}^2\right)$
C. $\left(4400\sqrt{346} + 48400\right)\left(\text{m}^2\right)$
D. $4400\sqrt{346}\left(\text{m}^2\right)$

Lời giải

Chọn D



Dễ thấy $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 220\sqrt{2} \Rightarrow BH = \frac{1}{2}BD = 110\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SHB, có $SB = \sqrt{SH^2 + BH^2} = \sqrt{150^2 + \left(110\sqrt{2}\right)^2} = 10\sqrt{467}$

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều $\Rightarrow$ $SA = SB = SC = SD = 10\sqrt{467}$.

Gọi E là trung điểm của AB.

Trong tam giác vuông SEA, có $SE = \sqrt{SA^2 - EA^2} = \sqrt{\left(10\sqrt{467}\right)^2 - 110^2} = 10\sqrt{346}$

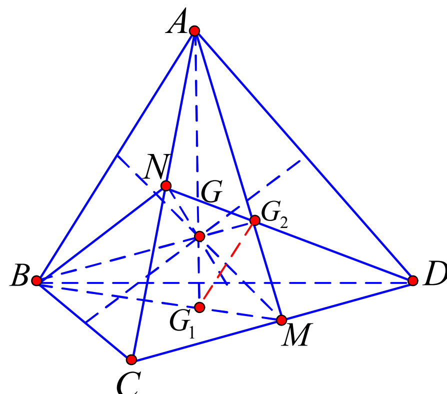
Vậy $S_{xq} = 4S_{ABC} = 4.\frac{1}{2}SE.AB = 2.10\sqrt{346}.220 = 4400\sqrt{346}\left(\text{m}^2\right)$

Câu 19: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tứ diện. Gọi G_1 là giao điểm của AG và mp(BCD), G_2 là giao điểm của BG và mp (ACD). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $G_1G_2 // AB$. **B.** $G_1G_2 // AC$. **C.** $G_1G_2 // CD$. **D.** $G_1G_2 // AD$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DC, AC. Vì G là trọng tâm tứ diện nên G là giao điểm của ba đoạn thẳng nối hai trung điểm của cặp cạnh đối của tứ diện như hình vẽ trên.

Xét (ABM): $AG \cap BM = G_1$, $BG \cap AM = G_2$. Trong ΔACD có AM và DN là đường trung tuyến nên G_2 là trọng tâm của tam giác do đó $\frac{G_2M}{G_2A} = \frac{1}{2}$. Tương tự ta cũng có $\frac{G_1M}{G_1B} = \frac{1}{2}$ suy ra

$G_1G_2 // AB$.

Câu 20: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, gọi I là trung điểm cạnh SC. Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $IO // (SAB)$.

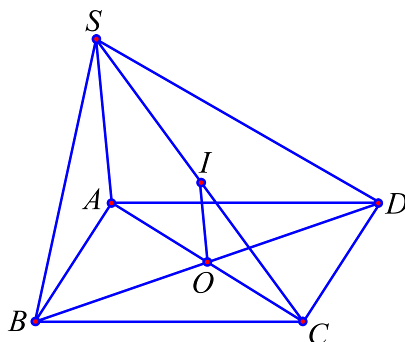
B. $IO // (SAD)$.

C. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là tứ giác.

D. $mp(IBD) \cap mp(SAC) = IO$.

Lời giải

Chọn C Hình gì mà chả có nét đứt nào nhở



IO là đường trung bình tam giác SAC nên $IO // SA \Rightarrow IO // (SAB)$, $IO // (SAC)$. Do đó A, B đúng.

$I \in SC$, $O = AC \cap BD \Rightarrow (IBD) \cap (SAC) = IO$ nên D đúng.

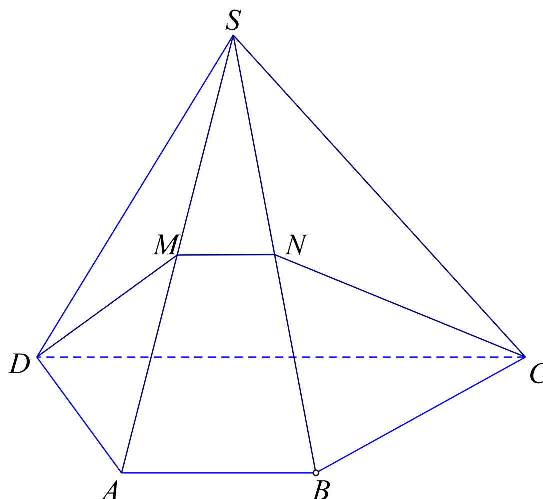
Câu 21: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau. **B.** $MN // CD$.

C. MN và SC cắt nhau. **D.** MN và CD chéo nhau.

Lời giải

Chọn B



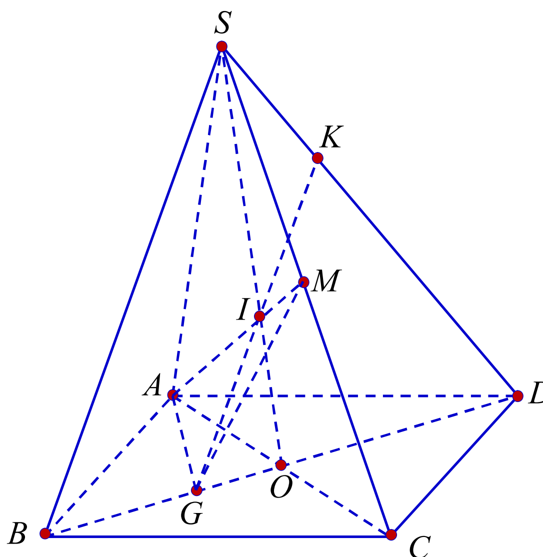
Vì (MCD) chứa $CD // AB$ nên mặt phẳng (MCD) cắt các mặt phẳng chứa AB theo các giao tuyến song song với AB. Mà M là một điểm chung của (MCD) và (SAB) nên theo nhận xét trên giao tuyến MN phải song song với AB. Vậy $MN // CD$.

Câu 22: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm SC. Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM). Tính tỷ số $\frac{KS}{KD}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải.

Chọn A



Cách 1: Gọi $O = AC \cap BD$, $I = AM \cap SO$.

Trong mặt phẳng (SBD), kéo dài GI cắt SD tại $K \Rightarrow K = SD \cap (AMG)$.

Trong tam giác SAC, có SO, AM là hai đường

trung tuyến. Suy ra I là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow \dfrac{OI}{OS} = \dfrac{1}{3}$, ta lại có $\dfrac{OG}{OB} = \dfrac{1}{3}$.

$\Rightarrow \dfrac{OI}{OS} = \dfrac{OG}{OB} \Rightarrow GI \parallel SB \Rightarrow GK \parallel SB \Rightarrow \dfrac{KD}{KS} = \dfrac{GD}{GB}$.

Ta có $DO = BO = 3GO \Rightarrow GD = 4GO$, $GB = 2GO$.

Vậy $\dfrac{KD}{KS} = \dfrac{GD}{GB} = \dfrac{4GO}{2GO} = 2 \Rightarrow \dfrac{KS}{KD} = \dfrac{1}{2}$.

Cách 2: Trong tam giác SAC, vì $I = AM \cap SO$ nên I là trọng tâm $\Rightarrow \dfrac{SI}{OI} = 2$.

Áp dụng định lí Mê lê na uýt trong tam giác SOD ta có

$$\frac{IS}{IO}.\frac{GO}{GD}.\frac{KD}{KS} = 1 \Leftrightarrow 2.\frac{1}{4}.\frac{KD}{KS} = 1 \Rightarrow \frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}.$$

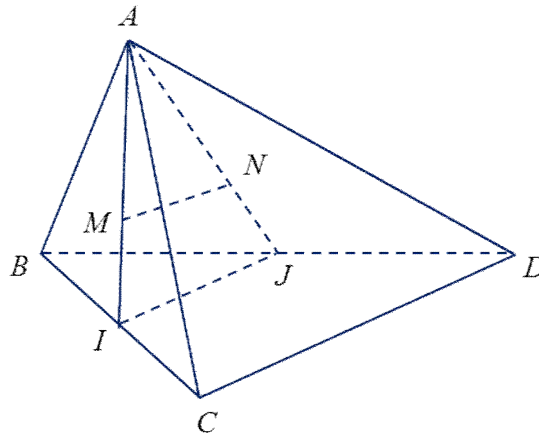
Câu 23: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD Những khẳng định nào sau là đúng?

$(1): MN \parallel (BCD)$; $(2): MN \parallel (ACD)$; $(3): MN \parallel (ABD)$.

A. (1) và (3). **B.** (2) và (3). **C.** (1) và (2). **D.** Chỉ có (1) đúng.

Lời giải

Chọn C



Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC, BD.

Ta có $\dfrac{AM}{AI} = \dfrac{AN}{AJ} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow MN \parallel IJ \Rightarrow MN \parallel IJ \parallel CD \Rightarrow MN \parallel (BCD)$ và $MN \parallel (ACD)$.

Câu 24: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Hai mặt phẳng song song có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. Một. **B.** Ba. **C.** Hai. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn D

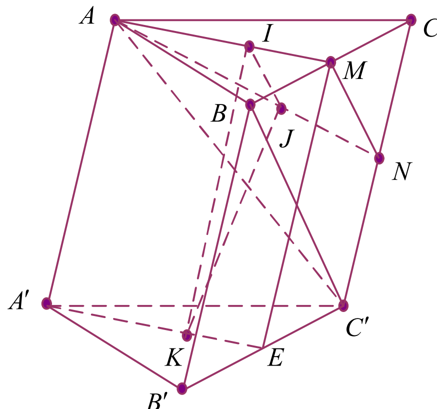
Do mặt phẳng không có bề dày và không có giới hạn nên hai mặt phẳng song song có một mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng nằm cách đều hai mặt phẳng song song đó và có vô số mặt phẳng đối xứng khác là các mặt phẳng vuông góc với hai mặt phẳng đã cho.

Câu 25: **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACC', $A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK)?

A. $(AA'C)$. **B.** $(A'BC')$. **C.** (ABC). **D.** $(BB'C')$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của BC, CC', $B'C'$. Suy ra $\frac{AI}{IM} = \frac{AJ}{JN} = 2$ (tính chất trọng tâm tam giác) nên $IJ // MN$ (1).

Trong mặt phẳng $(AA'ME)$ ta có $\frac{AI}{IM} = \frac{A'K}{KE} = 2 \Rightarrow IK // ME$ mà $ME // BB'$ nên $IK // BB'$ (2).

Từ (1) và (2) do (IJK) và $(BB'C')$ là hai mặt phẳng phân biệt, $IJ, IK \in (IJK)$ nên $IJ // (BB'C')$, $IK // (BB'C')$ suy ra $(IJK) // (BB'C')$.

Câu 26: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với AB.

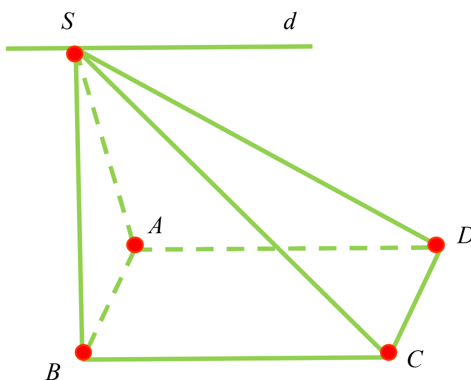
B. d qua S và song song với BC.

C. d qua S và song song với BD.

D. d qua S và song song với DC.

Lời giải

Chọn B



Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

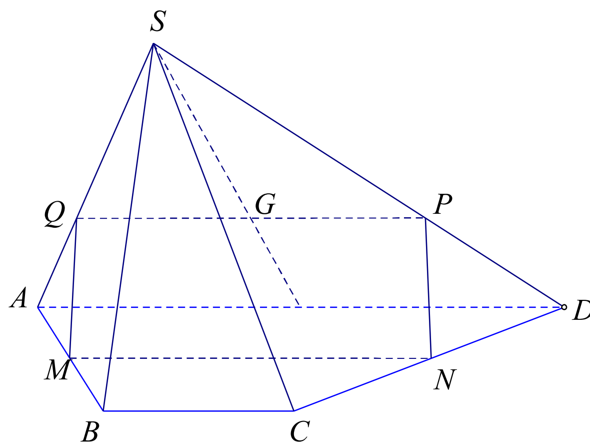
Ta có $S \in d$; AD song song với BC nên Δ qua S và song song với BC.

Câu 27: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD\,//\,BC$, $AD=3BC$. M, N lần lượt là trung điểm AB, CD. G là trọng tâm ΔSAD. Mặt phẳng (GMN) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là:

A. Hình bình hành. **B.** ΔGMN. **C.** ΔSMN. **D.** Ngũ giác.

Lời giải

Chọn A



Ta có $(GMN)//\,AD$ nên giao tuyến của (GMN) và (SAD) là đường thẳng PQ qua G và song song với AD, thiết diện là tứ giác $MNPQ$ và vì cùng song song với AD nên $MN\,//\,PQ \quad (1)$.

Đặt $BC=a$ khi đó $AD=3a$ nên $MN=2a$.

Vì G là trọng tâm tam giác SAD nên $\dfrac{PQ}{AD}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow PQ=2a$. Vậy $MN=PQ \quad (2)$.

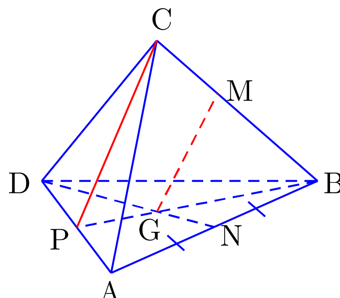
Từ (1) và (2) suy ra, $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 1: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

A. (ACD). **B.** (ABC). **C.** (ABD). **D.** (BCD).

Lời giải

Chọn A



Gọi P là trung điểm AD

Ta có: $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BP} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG // \text{CP} \Rightarrow \text{MG} // (ACD)$

Câu 2: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O và O', không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm AB, xét các khẳng định

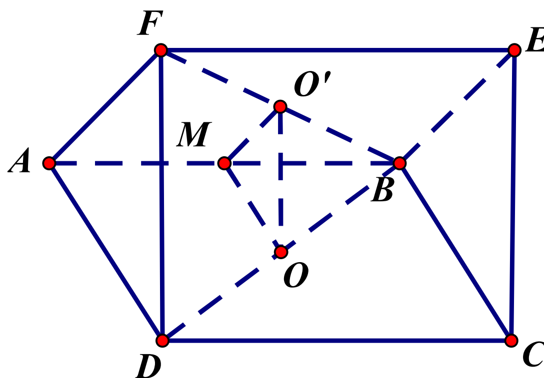
$(I):(ADF)//(BCE)$; $(II):(MOO')//(ADF)$;$(III):(MOO')//(BCE)$;$(IV):(ACE)//(BDF)$.

Những khẳng định nào đúng?

A. (I). **B.** $(I),(II)$. **C.** $(I),(II),(III)$. **D.** $(I),(II),(III),(IV)$.

Lời giải

Chọn C



Xét hai mặt phẳng (ADF) và (BCE) có : $\begin{cases} AD//BC \\ AF//BE \end{cases}$ nên $(I):(ADF)//(BCE)$ là đúng.

Xét hai mặt phẳng (ADF) và (MOO') có : $\begin{cases} AD//MO \\ AF//MO' \end{cases}$ nên $(II):(MOO')//(ADF)$là đúng.

Vì $(I):(ADF)//(BCE)$ đúng và $(II):(MOO')//(ADF)$ đúng nên theo tính chất bắc cầu ta có $(III):(MOO')//(BCE)$đúng.

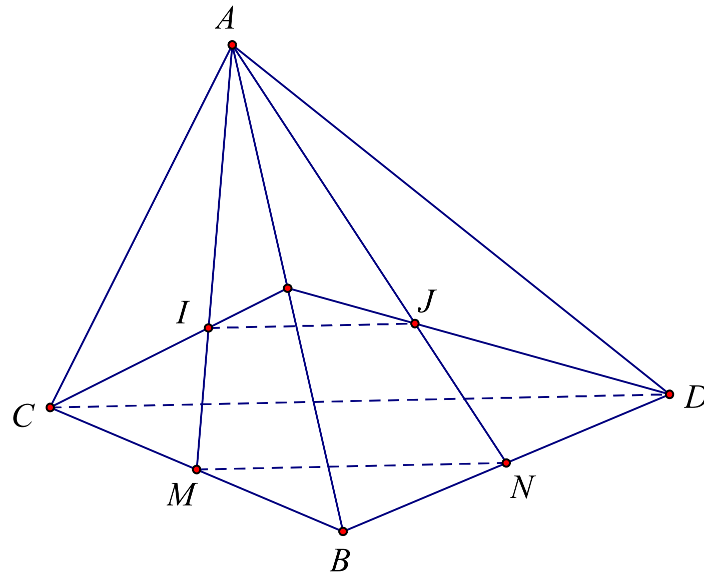
Xét mặt phẳng $(ABCD)$ có $AC \cap BD = O$ nên hai mặt phẳng (ACE) và (BDF) có điểm O chung vì vậy không song song nên $(IV):(ACE)//(BDF)$ sai.

Câu 3: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Trong không gian cho tứ diện $ABCD$ có I, J là trọng tâm các tam giác ABC, ABD. Khi đó

A. $IJ // (BCD)$. **B.** $IJ // (ABC)$. **C.** $IJ // (ABD)$. **D.** $IJ // (BIJ)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $IJ // MN$ với M, N lần lượt là trung điểm BC, BD.

Mà $MN \subset (BCD) \Rightarrow IJ // (BCD)$.

Câu 4: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Nếu c cắt a thì c cắt b.

B. Nếu c chéo a thì c chéo b.

C. Nếu c cắt a thì c chéo b.

D. Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b.

Lời giải

Chọn D

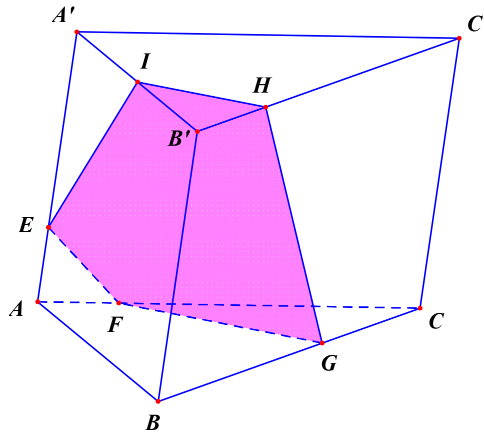
* Nếu c cắt a thì c có thể chéo b nên A sai.
* Nếu c chéo a thì c có thể cắt b nên B sai.
* Nếu c cắt a thì c có thể cắt b nên C sai.
* Vậy chọn D.

Câu 5: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Cắt hình lăng trụ bởi một mặt phẳng ta được một thiết diện. Số cạnh lớn nhất của thiết diện thu được là?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A



Một hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả 5 mặt. Do đó một phẳng cắt hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo một thiết diện là hình đa giác có nhiều nhất là 5 cạnh.

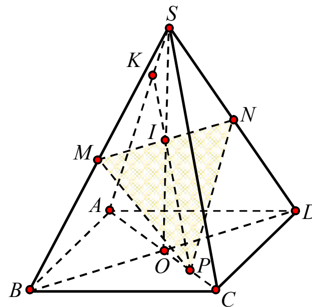
Qua cách dựng trực tiếp, ta thấy số cạnh lớn nhất của thiết diện thu được là 5.

Câu 6: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC. Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K. Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là:

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng (SBD), gọi I là giao điểm của MN và SO

Ta có $SA \subset (SAC)$; $(MNP) \cap (SAC) = PI$

Trong mặt phẳng (SAC), PI cắt SA tại K $\Rightarrow K$ là giao điểm của SA và (MNP)

Mặt khác:

MN là đường trung bình của tam giác SBD nên MN cắt SO tại trung điểm I

$\Rightarrow PI$ là đường trung bình của tam giác SOC $\Rightarrow PI \,//\, SC$ hay $PK \,//\, SC$

$$\Rightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{PC}{PA} = \frac{\frac{1}{4}AC}{\frac{3}{4}AC} = \frac{1}{3}.$$

Lưu ý :Giải nhanh bằng trắc nghiệm ta dùng công thức

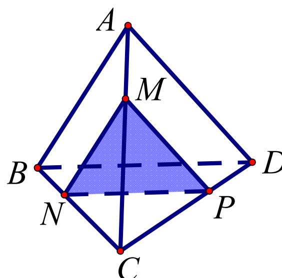
$$\frac{SA}{SK} + \frac{SC}{SC} = \frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN} \Rightarrow \frac{SA}{SK} = 3 \Rightarrow \frac{SK}{SA} = \frac{1}{3}.$$

Câu 7: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A, M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình vuông. **D.** Hình chữ nhật.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\left.\begin{matrix}(\alpha)//AB\\ AB\subset(ABC)\end{matrix}\right\}\Rightarrow(\alpha)\cap(ABC)=MN$ với $MN//AB$ và $N\in BC$.

Ta có $\left.\begin{matrix}(\alpha)//AD\\ AD\subset(ADC)\end{matrix}\right\}\Rightarrow(\alpha)\cap(ADC)=MP$ với $MP//AD$ và $P\in CD$.

$(\alpha)\cap(BCD)=NP$.

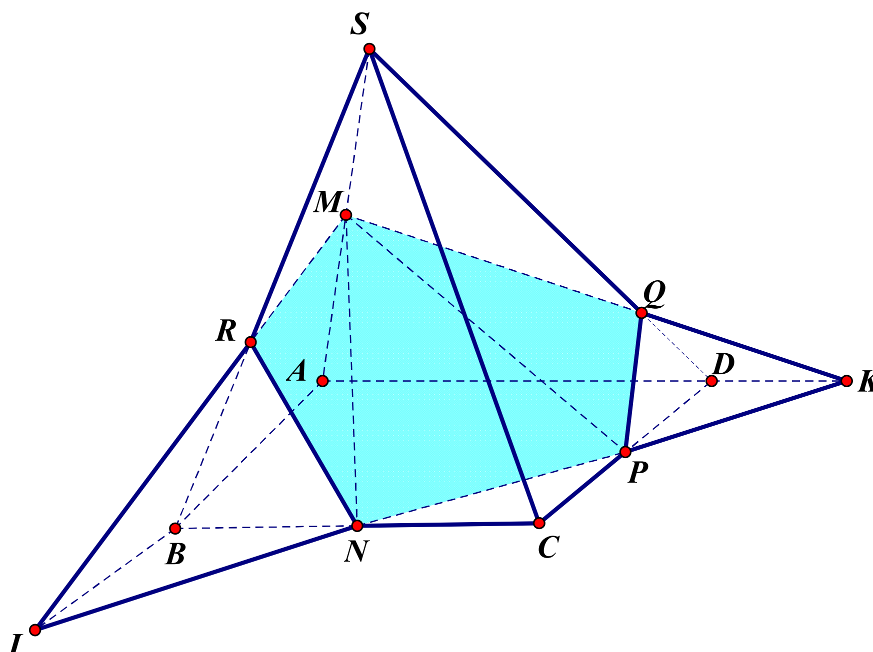
Do đó thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình tam giác MNP .

Câu 8: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,BC,CD. Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Hình ngũ giác. **B.** Hình tam giác. **C.** Hình tứ giác. **D.** Hình bình hành.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $PN\cap AB=I$, $NP\cap AD=K$.

Kẻ IM cắt SB tại R, kẻ MK cắt SD tại Q.

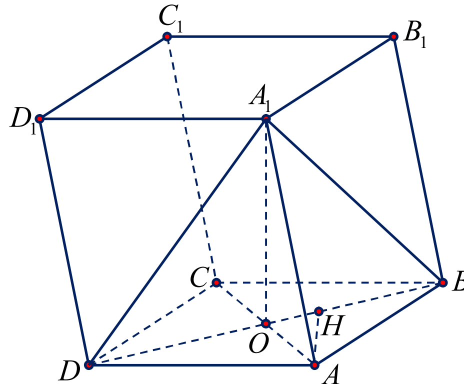
Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngủ giác $MPQMR$.

Câu 9: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD).

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có B_1A đi qua trung điểm của A_1B nên $d(B_1,(A_1BD)) = d(A,(A_1BD))$.

Kẻ $AH \perp BD$ tại H. Ta có $AH \perp BD$ và $AH \perp A_1O$ nên $AH = d(A,(A_1BD))$.

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. I là trung điểm của SA, thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. ΔIBC.

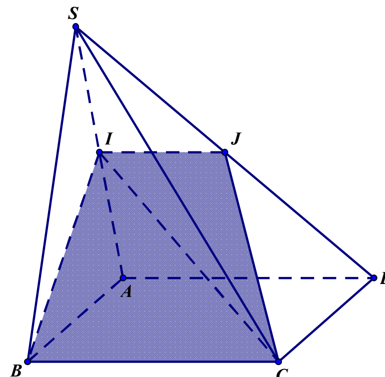
B. Hình thang $IJBC$ (J là trung điểm của SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm của SB).

D. Tứ giác $IBCD$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $(IBC) \cap (ABCD) = BC$; $(IBC) \cap (SAB) = IB$

Tìm $(IBC)\cap(SAD)$.

Ta có: $\begin{cases} I\in(IBC)\cap(SAD) \\ BC\in(IBC) \\ AD\in(SAD) \\ BC\,//\,AD \end{cases} \Rightarrow (IBC)\cap(SAD)=Ix\,//\,AD\,//\,BC$

Xét (SAD): Gọi $J=Ix\cap SD$, mà $IA=IS$, $Ix\,//\,AD \Rightarrow JS=JD$

$\Rightarrow (IBC)\cap(SAD)=IJ \Rightarrow (IBC)\cap(SDC)=JC$

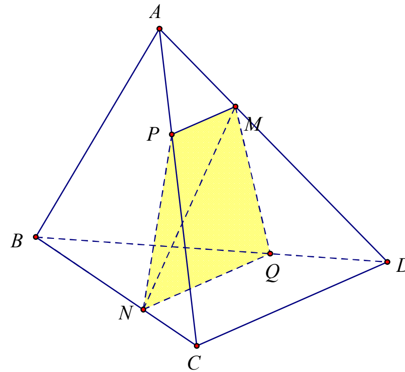
Vậy thiết diện cần tìm là hình thang $IJBC$.

Câu 11: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\frac{MA}{AD}=\frac{NC}{CB}=\frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD. Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là:

A. một tam giác.
B. một hình bình hành.
C. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ
D. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (ACD),từ M kẻ $MP\,//\,CD$ $(P\in AC)$.

Trong mặt phẳng (BCD),từ M kẻ $NQ\,//\,CD$ $(Q\in BD)$.

Khi đó ta có $MPNQ$ là thiết diện của mặt phẳng (P) và tứ diện $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} MP\,//\,CD \\ MP=\frac{1}{3}CD \end{cases}$ (1); $\begin{cases} NQ\,//\,CD \\ NQ=\frac{2}{3}CD \end{cases}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} NQ\,//\,MP \\ MP=\frac{1}{2}NQ \end{cases}$.

Vậy $MPNQ$ là hình thang có đáy lớn bằng hai lần đáy nhỏ.

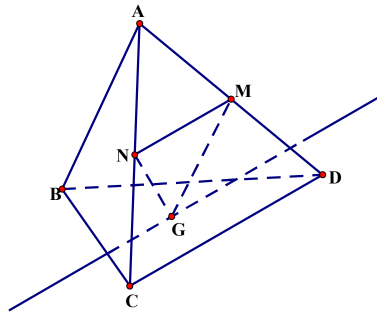
Câu 12: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng:

A. qua M và song song với AB. **B.** Qua N và song song với BD.

C. qua G và song song với CD. **D.** qua G và song song với BC.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có MN là đường trung bình tam giác ACD nên $MN//CD$.

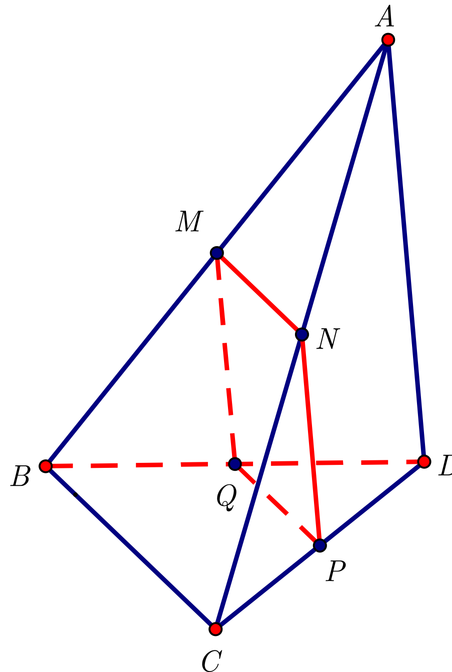
Ta có $G\in(GMN)\cap(BCD)$, hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) lần lượt chứa DC và MN nên giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng đi qua G và song song với CD.

Câu 13: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB. Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD, thiết diện thu được là hình gì?

A. Tam giác đều. **B.** Tam giác vuông. **C.** Hình bình hành. **D.** Ngũ giác.

Lời giải

Chọn C



Gọi α là mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD.

Xét (α) và (ABD) có $\begin{cases} M\in(\alpha)\cap(ABD) \\ (\alpha)\parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha)\cap(ABD)=MQ$ với Q là trung điểm BD.

Xét (α) và $(MNPQ)$ có $\begin{cases} Q \in (\alpha) \cap (BCD) \\ (\alpha) \parallel BC \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (BCD) = QP$ với P là trung điểm CD.

Xét (α) và (ACD) có $\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (ACD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ACD) = NP$ với N là trung điểm AC.

Mà MN, PQ là hai đường trung bình của tam giác ABC và DBC.

Nên ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$

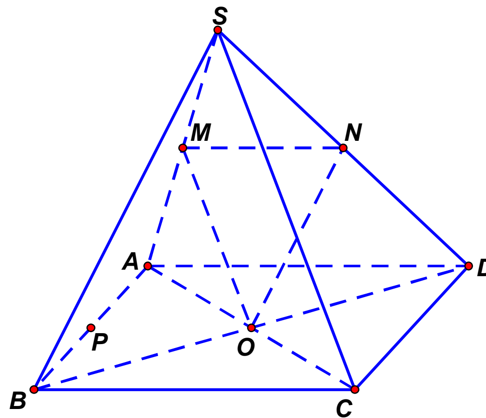
Vậy thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

Câu 14: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?

A. (NOM) cắt (OPM).
B. $(MON) // (SBC)$.
C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.
D. $(NMP) // (SBD)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Xét hai mặt phẳng (MON) và (SBC).

Ta có: $OM // SC$ và $ON // SB$.

Mà $BS \cap SC = C$ và $OM \cap ON = O$.

Do đó $(MON) // (SBC)$.

Câu 15: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?

A. 2.
B. 8.
C. 4.
D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

+ Ta chia khối lập phương thành hai khối lăng trụ đứng;

+ Ứng với mỗi khối lăng trụ đứng ta có thể chia thành ba khối tứ diện đều mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương.

Vậy có tất cả là 6 khối tứ diện có thể tích bằng nhau.

Câu 16: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

A. Tứ giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Lục giác. **D.** Tam giác.

Lời giải

Chọn A

Gọi $Q = NP \cap BD$. Gọi $R = QM \cap AD$. Suy ra: $Q \in (MNP)$ và $R \in (MNP)$.

Vậy thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MRNP$.

Câu 17: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho các mệnh đề sau:

(1). Nếu $a // (P)$ thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P).

(2). Nếu $a // (P)$ thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P).

(3). Nếu $a // (P)$ thì có vô số đường thẳng nằm trong (P) song song với a.

(4). Nếu $a // (P)$ thì có một đường thẳng d nào đó nằm trong (P) sao cho a và d đồng phẳng.

Số mệnh đề đúng là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

(1). Sai.

(2). Đúng.

(3). Đúng.

(4). Đúng.

Vậy có 3 mệnh đề đúng.

Câu 18: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC. Gọi M là trọng tâm tam giác SAD, N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \frac{NC}{2}$, P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD = \frac{PC}{2}$. Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng song song với BC.

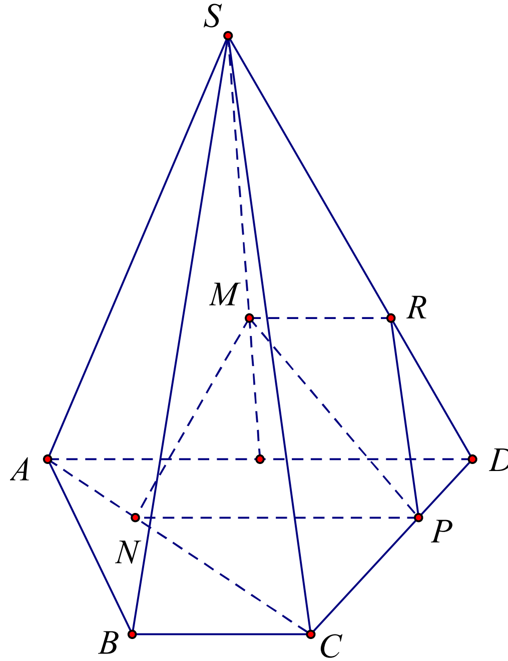
B. MN cắt (SBC).

C. $(MNP)//(SAD)$.

D. $MN//(SBC)$ và $(MNP)//(SBC)$

Lời giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases} NA = \dfrac{NC}{2} \\ PD = \dfrac{PC}{2} \end{cases} \Rightarrow NP\,//\,AD\,//\,BC\ (1)$.

$M \in (SAD) \cap (MNP)$. Do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (MNP) là đường thẳng d qua M song song với BC và MN.

Gọi R là giao điểm của d với SD.

Dễ thấy: $\dfrac{DR}{DS} = \dfrac{DP}{DC} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow PR\,//\,\text{SC}\ (2)$.

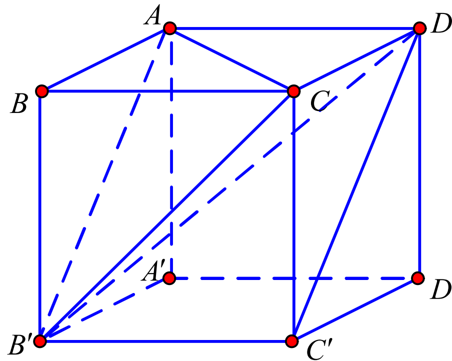
Từ (1) và (2) suy ra: $(MNP)//(SBC)$ và $MN//(SBC)$.

Câu 19: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính khoảng cách giữa AC và DC'.

A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a nên $DC'//AB'$; tam giác $AB'C$ là tam giác đều cạnh $a\sqrt{2}$. Khi đó ta có $DC'//\left(ACB'\right)$ nên khoảng cách giữa AC và DC' là khoảng cách giữa DC' và $\left(ACB'\right)$ suy ra khoảng cách từ D đến mặt phẳng $\left(ACB'\right)$ là khoảng cách cần tìm. Gọi DH là khoảng cách từ D đến mặt phẳng $\left(ACB'\right)$ với $H \in \left(ACB'\right)$; $S_{AB'C} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $V_{D.AB'C} = \dfrac{1}{3}BB'.S_{ADC} = \dfrac{1}{3}.a.\dfrac{a^2}{2} = \dfrac{a^3}{6} = \dfrac{1}{3}DH.S_{AB'C} = \dfrac{1}{3}DH.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow DH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 1: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

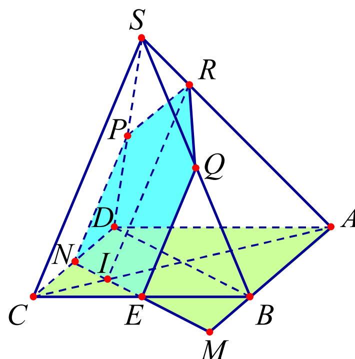
B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

D. (P) không cắt hình chóp.

Lời giải

Chọn A



Trong $(ABCD)$, kẻ đường thẳng qua M và song song với BD cắt BC, CD, CA tại K, N, I.

Trong (SCD), kẻ đường thẳng qua N và song song với SC cắt SD tại P.

Trong (SCB), kẻ đường thẳng qua K và song song với SC cắt SB tại Q.

Trong (SAC), kẻ đường thẳng qua I và song song với SC cắt SA tại R.

Thiết diện là ngũ giác $KNPRQ$.

Câu 2: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. d qua S và song song với AB.

B. d qua S và song song với BC.

C. d qua S và song song với DC.

D. d qua S và song song với BD.

Lời giải

Chọn B

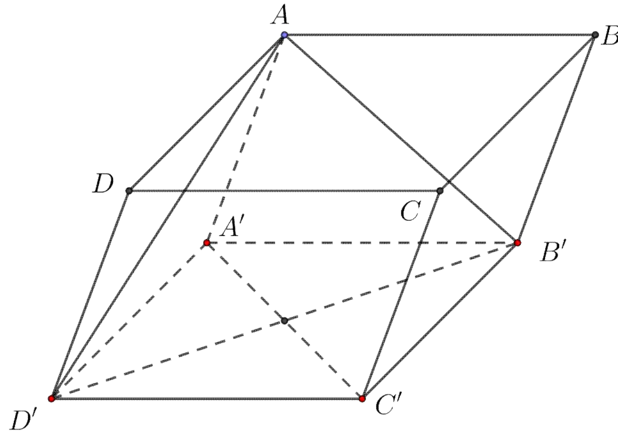
Ta có $S\in(SAD)\cap(SBC)$, $AD\,//\,BC$ $\Rightarrow$ giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d qua qua S và song song với BC.

Câu 3: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(BA'C')$. **B.** $(C'BD)$. **C.** (BDA'). **D.** (ACD').

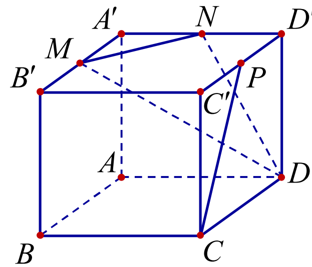
Lời giải

Chọn B



Ta có $B'D'//BD$; $AD'//C'B$ $\Rightarrow (AB'D')//(C'BD)$.

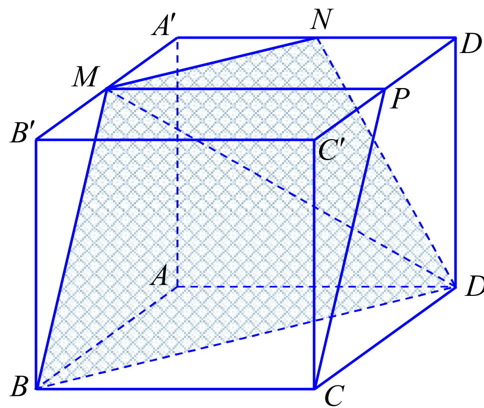
Câu 4: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$, $A'D'$, $C'D'$. Góc giữa đường thẳng CP và mặt phẳng (DMN) bằng?



A. $0°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} MN // B'D' \\ BD // B'D' \end{cases} \Rightarrow MN // BD \Rightarrow$ bốn điểm M, N, B, D đồng phẳng.

Lại có tứ giác $BCPM$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} CP // BM \\ BM \subset (DMN) \end{cases} \Rightarrow CP // (DMN)$

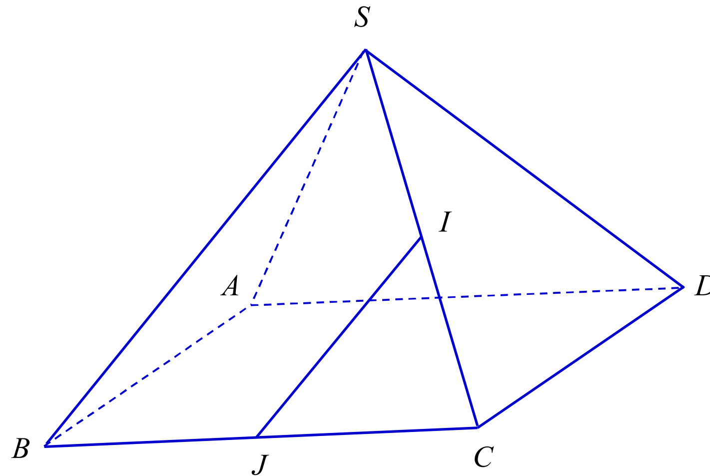
$\Rightarrow \left(\widehat{CP,(DMN)}\right) = 0°$.

Câu 5: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc $\left(IJ,\ CD\right)$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\left.\begin{matrix} \text{IJ} \,//\, SB \\ CD \,//\, AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left(\widehat{IJ, CD}\right) = \left(\widehat{SB, AB}\right) = \widehat{SBA} = 60°$

(vì tam giác SAB là tam giác đều cạnh a).

Câu 1: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Từ một khối đất sét hình trụ tròn có chiều cao 20 cm, đường tròn đáy có bán kính 8 cm. Bạn Na muốn chế tạo khối đất đó thành nhiều khối cầu và chúng có cùng bán kính 4 cm. Hỏi bạn Na có thể làm ra được tối đa bao nhiêu khối cầu?

A. 45 khối. **B.** 30 khối. **C.** 20 khối. **D.** 15 khối.

Lời giải

Chọn D

Gọi V_1 là thể tích khối đất **sét hình trụ tròn**. Suy ra: $V_1 = 20\pi.8^2 = 1280\pi \left(\text{cm}^3\right)$.

Gọi V_2 là thể tích một khối cầu. Suy ra: $V_2 = \frac{4}{3}\pi.4^3 = \frac{256}{3}\pi \left(\text{cm}^3\right)$.

Lập tỉ số $\frac{V_1}{V_2} = 15$.

Vậy có thể làm ra tối đa 15 khối cầu.

Câu 2: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. E là điển trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

A. Tam giác MNE.

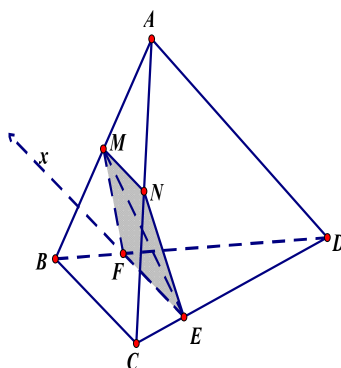
B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $(MNE) \cap (ABC) = MN$, $(MNE) \cap (ACD) = NE$.

Vì hai mặt phẳng (MNE) và (BCD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song là MN và BC nên $(MNE) \cap (BCD) = Ex$ (với Ex là đường thẳng qua E và song song với BC), Ex cắt BD tại F.

$(MNE) \cap (BCD) = EF$ và $(MNE) \cap (ADD) = FM$. Và $MN = \frac{1}{2}BC$; $EF = \frac{3}{4}BC$.

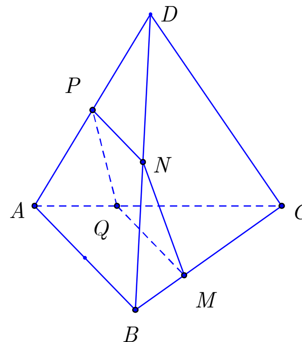
Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC.

Câu 3: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP). Tính $\frac{QC}{QA}$.

A. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$. **C.** $\frac{QC}{QA} = 2$. **D.** $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $NP // AB \Rightarrow AB // (MNP)$.

Mặt khác $AB \subset (ABC)$, (ABC) và (MNP) có điểm M chung nên giao tuyến của (ABC) và (MNP) là đường thẳng $MQ // AB$ $(Q \in AC)$.

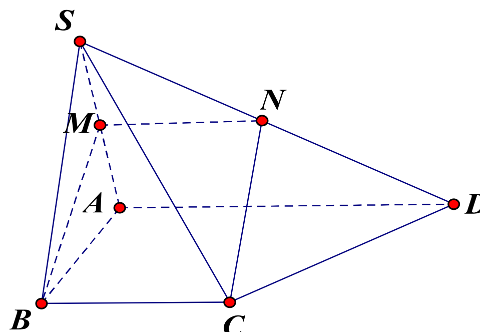
Ta có: $\frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2$. Vậy chọn C.

Câu 4: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD//BC$, $AD = 2BC$. M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

A. Hình bình hành. **B.** Tam giác. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

Lời giải

Chọn A



Ta có $(BMC)\cap(ABCD)=BC$,

$(BMC)\cap(SAB)=BM$ $(BMC)\cap(SAD)=M_x, M_x//AD//BC, M_x\cap SD=N$,

$(BMC)\cap(SCD)=NC$

Suy ra thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MBC) là tứ giác $BMNC$.

Ta có $\begin{cases} MN=\dfrac{1}{2}AD \\ MN//AD \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} MN=BC \\ MN//\text{BC} \end{cases}$ nên thiết diện $BMNC$ là hình bình hành.

Câu 5: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OB=\dfrac{a}{2}$, $OA=2OB$, $OC=2OA$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OB và AC bằng

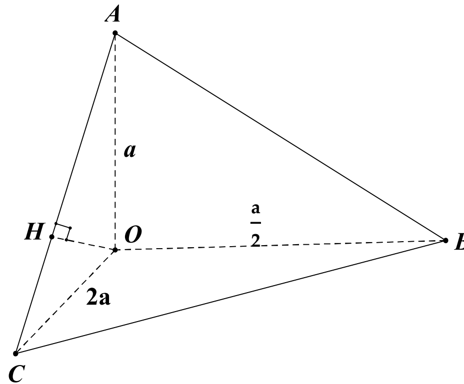
A. $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{3a}{2\sqrt{5}}$.

Câu 6: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OB=\dfrac{a}{2}$, $OA=2OB$, $OC=2OA$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OB và AC bằng

A. $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{3a}{2\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có : $OA=2OB=a$, $OC=2OA=2a$

Kẻ $OH\perp AC$ (1)

Do $\begin{cases} OB\perp SO \\ OB\perp OC \end{cases} \Rightarrow OB\perp(OAC)\Rightarrow OH\perp OB$ (2)

Từ (1), $(2)\Rightarrow OH$ là đoạn vuông góc chung của OB và AC

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OC^2}+\frac{1}{OA^2}=\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{5}{4a^2}\Rightarrow OH=\frac{2a}{\sqrt{5}}\Rightarrow d(OB,AC)=\frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABB'A')\ //\ (CDD'C')$. **B.** $(BDA')\ //\ (D'B'C)$.

C. $(BA'D')\ //\ (ADC)$. **D.** $(ACD')\ //\ (A'C'B)$.

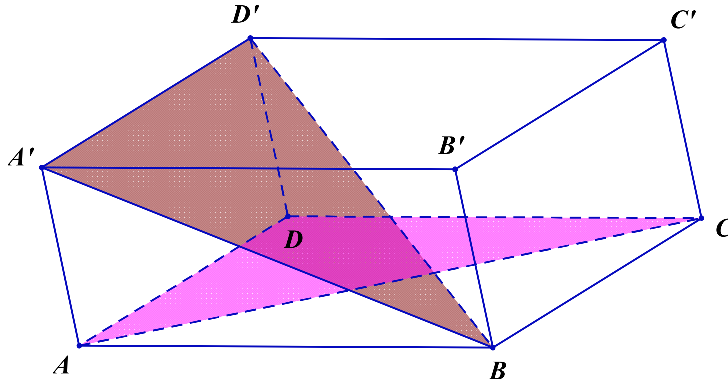
Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABB'A') \,//\, (CDD'C')$. **B.** $(BDA') \,//\, (D'B'C)$.

C. $(BA'D') \,//\, (ADC)$. **D.** $(ACD') \,//\, (A'C'B)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $(BA'D') \equiv (BCA'D')$ và $(ADC) \equiv (ABCD)$.

Mà $(BCA'D') \cap (ABCD) = BC$, suy ra $(BA'D') \,//\, (ADC)$ **sai**.

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(BA'C')//(ACD')$. **B.** $(ADD'A')//(BCC'B')$.

C. $(BA'D)//(CB'D')$. **D.** $(ABA')//(CB'D')$.

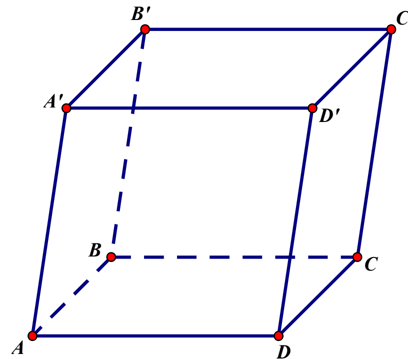
Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(BA'C')//(ACD')$. **B.** $(ADD'A')//(BCC'B')$.

C. $(BA'D)//(CB'D')$. **D.** $(ABA')//(CB'D')$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có

$$\begin{cases} BA' // CD' \\ A'C' // AC \end{cases} \Rightarrow (BA'C')//(ACD')$$

$$\begin{cases} AD // BC \\ AA' // BB' \end{cases} \Rightarrow (ADD'A')//(BCC'B')$$

$$\begin{cases} BD // B'D' \\ A'D // B'C \end{cases} \Rightarrow (BA'D)//(CB'D')$$

Mặt khác $B' \in (ABA') \cap (CB'D') \Rightarrow$ D sai.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD. Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. MG song song (ACD). **B.** MG song song (ABD).

C. MG song song (ACB). **D.** MG song song (BCD).

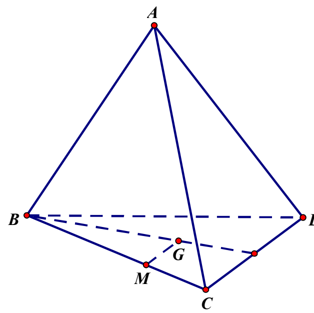
Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD. Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. MG song song (ACD). **B.** MG song song (ABD).

C. MG song song (ACB). **D.** MG song song (BCD).

Lời giải

Chọn A



Vì $MG // CD$ nên $MG // (ACD)$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Gọi M là trung điểm của OC. Mặt phẳng (α) qua M và (α) song song với SA và BD. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mp(α) là hình gì?

A. hình tam giác. **B.** hình bình hành. **C.** hình chữ nhật. **D.** hình ngũ giác.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Gọi M là trung điểm của OC. Mặt phẳng (α) qua M và (α) song song với SA và BD. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mp(α) là hình gì?

A. hình tam giác. **B.** hình bình hành. **C.** hình chữ nhật. **D.** hình ngũ giác.

Lời giải

Chọn A

Câu 15: Cho tứ diện đều $ABCD$, mặt phẳng (α) qua trung điểm của cạnh AB, song song AC và BD cắt tứ diện theo thiết diện là

A. Hình tam giác đều. **B.** Hình vuông.

C. Hình tam giác vuông cân. **D.** Hình thang cân.

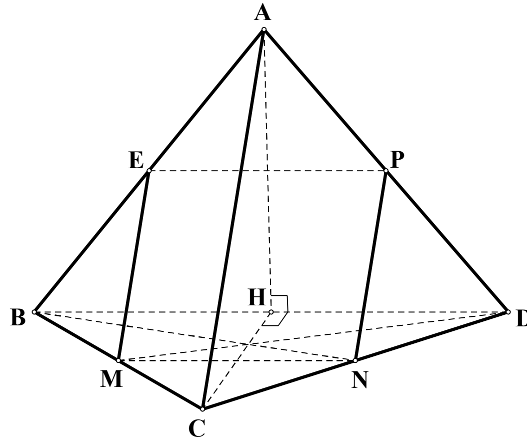
Câu 16: Cho tứ diện đều $ABCD$, mặt phẳng (α) qua trung điểm của cạnh AB, song song AC và BD cắt tứ diện theo thiết diện là

A. Hình tam giác đều. **B.** Hình vuông.

C. Hình tam giác vuông cân. **D.** Hình thang cân.

Lời giải

Chọn B



Gọi E, M, N, P, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, AD và BD. Mặt phẳng (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện $EMNP$.

Dễ thấy $EM = MN = NP = PE$ (cùng bằng nữa độ dài cạnh tứ diện), (1).

Ta có $\begin{cases} AH \perp BD \\ CH \perp BD \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACH) \Rightarrow BD \perp AC$.

Mà $\begin{cases} NP \parallel AC \\ EP \parallel BD \end{cases}$.

Suy ra $NP \perp EP$, (2).

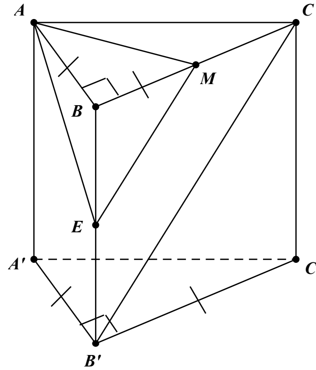
Từ (1) và (2) ta có $EMNP$ là hình vuông.

Câu 1: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\dfrac{a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E là trung điểm của BB'. Khi đó: $EM \,//\, B'C \Rightarrow B'C \,//\, (AME)$

Ta có: $d(AM, B'C) = d(B'C, (AME)) = d(C, (AME)) = d(B, (AME))$

Xét khối chóp $BAME$ có các cạnh BE, AB, BM đôi một vuông góc với nhau nên

$$\frac{1}{d^2(B,(AME))} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{MB^2} + \frac{1}{EB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{d^2(B,(AME))} = 7a^2 \Leftrightarrow d^2(B,(AME)) = \frac{a^2}{7}$$

$$\Leftrightarrow d(B,(AME)) = \frac{a}{\sqrt{7}}.$$

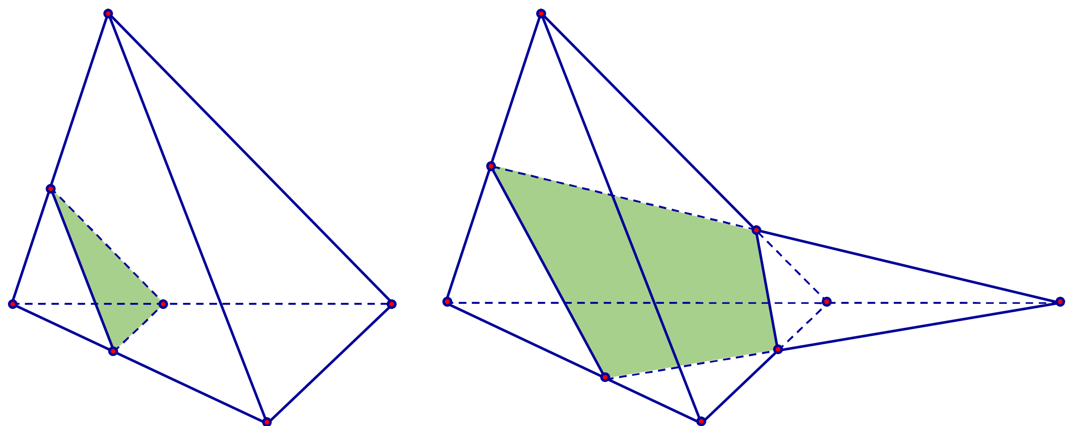
(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Thiết diện của một mặt phẳng với một tứ diện chỉ có thể là:

A. Một tứ giác hoặc một ngũ giác. **B.** Một tam giác và một hình bình hành.

C. Một tam giác hoặc một tứ giác. **D.** Một tam giác hoặc một ngũ giác.

Lời giải

Chọn C

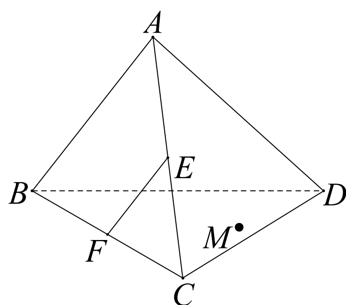


Theo hình vẽ trên, thiết diện của một tứ diện chỉ có thể là một tam giác hoặc một tứ giác.

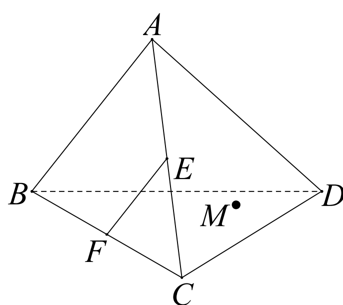
Đáp án B sai vì thiết diện của một tứ diện có thể là một tứ giác bất kì.

Đáp án A và D sai vì các cạnh của thiết diện là giao tuyến của một mặt phẳng với các mặt của tứ diện. Mà tứ diện chỉ có 4 mặt nên không thể xảy ra trường hợp có 5 giao tuyến, hay thiết diện không thể là ngũ giác.

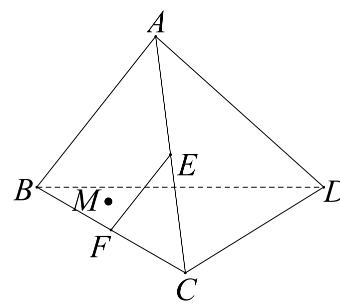
Câu 2: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BC. Trên mặt phẳng (BCD) lấy một điểm M tùy ý (điểm M có đánh dấu tròn như hình vẽ). Nêu đầy đủ các trường hợp (TH) để thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MEF) với tứ diện $ABCD$ là một tứ giác.



TH1



TH2



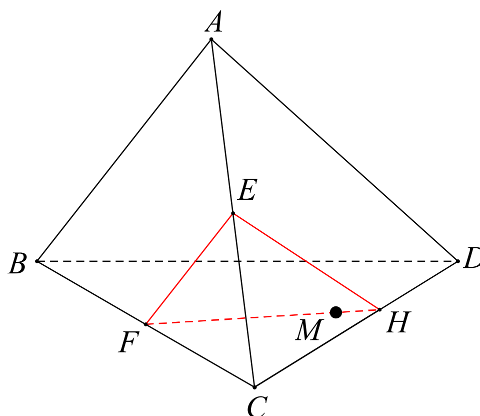
TH3

A. TH1. **B.** TH1, TH2. **C.** TH2, TH3. **D.** TH2.

Lời giải

Chọn C

- Hình ở TH1: Trong (BCD): Kẻ FM cắt CD tại H. Thiết diện là tam giác EFH.

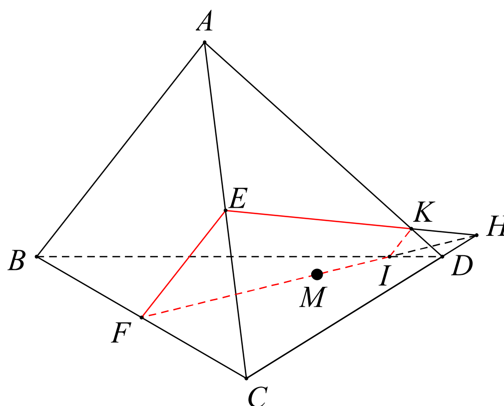


- Hình ở TH2:

Trong (BCD): Kẻ FM cắt BD tại I, cắt CD tại H.

Trong (ACD): Kẻ HE cắt AD tại K.

Thiết diện là tứ giác $EFIK$.

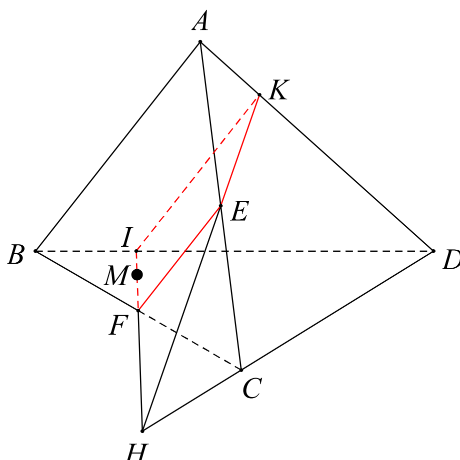


- Hình ở TH3:

Trong (BCD): Kẻ FM cắt BD tại I, cắt CD tại H.

Trong (ACD): Kẻ HE cắt AD tại K.

Thiết diện là tứ giác $EFIK$.



Câu 3: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Cho hình hộp chữ nhật có độ dài đường chéo $d=\sqrt{21}$. Độ dài ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân có công bội $q=2$. Thể tích của hình hộp chữ nhật là:

A. $V=8$. **B.** $V=\frac{8}{3}$. **C.** $V=\frac{4}{3}$. **D.** $V=6$.

Lời giải

Chọn A

Gọi độ dài kích thước ba cạnh của hình hộp chữ nhật lập lần lượt là a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội $q=2$.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} b=2a \\ c=4a \\ a^2+b^2+c^2=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2a \\ c=4a \\ 21a^2=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=4 \end{cases}$.

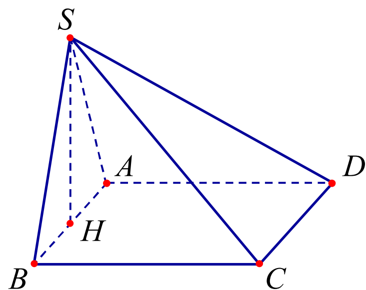
Vậy thể tích của khối hộp chữ nhật $V=abc=8$.

Câu 4: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$ biết tam giác SAB vuông.

A. $9a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $9a^3$. **D.** $\frac{9a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của cạnh AB khi đó $SH \perp AB$.

Do $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Mặt khác do tam giác SAB vuông cân tại S nên $SH = \dfrac{3a}{2}$.

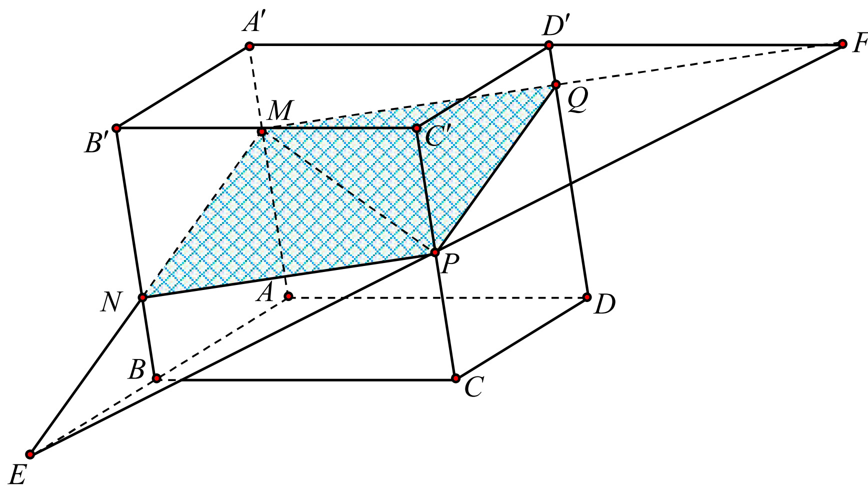
Thể tích $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} SH.S_{ABCD} = \dfrac{9a^3}{2}$.

Câu 5: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', BB', CC' lần lượt lấy ba điểm M, N, P sao cho $\dfrac{A'M}{AA'} = \dfrac{1}{3}$, $\dfrac{B'N}{BB'} = \dfrac{2}{3}$, $\dfrac{C'P}{CC'} = \dfrac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q. Tính tỉ số $\dfrac{D'Q}{DD'}$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} (BB'C'C) // (AA'D'D) \\ (MNP) \cap (BB'C'C) = NP \\ (MNP) \cap (AA'D'D) = MQ \end{cases} \Rightarrow NP // MQ$.

Tương tự: $\begin{cases} (AA'B'B) // (CC'D'D) \\ (MNP) \cap (AA'B'B) = MN \Rightarrow MN // PQ \\ (MNP) \cap (CC'D'D) = PQ \end{cases}$

Suy ra mặt phẳng (MNP) cắt hình hộp theo thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

Mặt khác $\begin{cases} BN = \dfrac{1}{3}BB' = \dfrac{1}{3}AA' \\ AM = \dfrac{2}{3}AA' \end{cases} \Rightarrow \dfrac{BN}{AM} = \dfrac{1}{2}$.

Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, gọi E là giao điểm của hai đường thẳng MN và AB thì BN là đường trung bình của tam giác $AME \Rightarrow N$ là trung điểm của đoạn thẳng ME.

Trong mặt phẳng $(MNPQ)$, gọi F là giao điểm của EP và MQ thì NP là đường trung bình của tam giác MEF (vì $NP // MQ$ và N là trung điểm EM) $\Rightarrow NP = \dfrac{1}{2}MF$

Mà tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành nên $NP = MQ \Rightarrow Q$ là trung điểm MF hay $\dfrac{FQ}{FM} = \dfrac{1}{2}$

Lại có $D'Q // A'M \Rightarrow \dfrac{D'Q}{A'M} = \dfrac{FQ}{FM} = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{D'Q}{\frac{1}{3}AA'} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{D'Q}{DD'} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{6}$

Câu 6: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Cho một đa giác đều n đỉnh $(n \geq 2, n \in \mathbb{N})$. Tìm n biết số hình chữ nhật được tạo ra từ bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác đó là 45.

A. $n = 12$. **B.** $n = 10$. **C.** $n = 9$. **D.** $n = 45$.

Lời giải

Chọn B

Do đa giác đều nên đa giác đó nội tiếp trong một đường tròn và có n đường chéo đi qua tâm O của đường tròn. Chọn 2 đường chéo khác nhau đi qua tâm thì 4 đỉnh của đường chéo cho ta một hình chữ nhật. Vậy có C_n^2 hình chữ nhật.

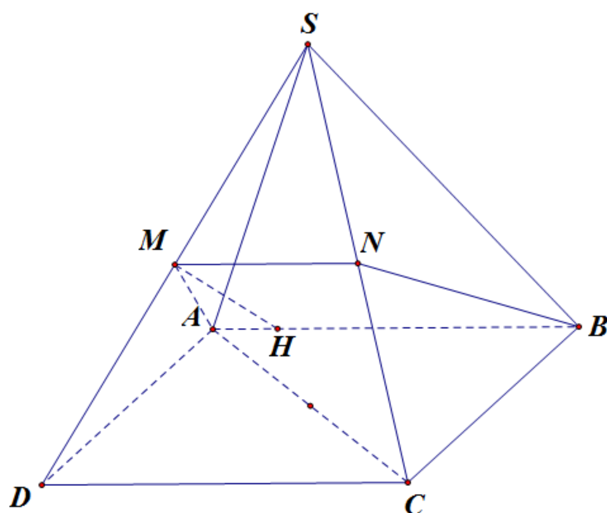
Theo đề bài ta có: $C_n^2 = 45 \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2} = 45 \Leftrightarrow n = 10$.

Câu 7: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, các cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của SD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (ABM).

A. $\dfrac{3\sqrt{15}a^2}{16}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{5}a^2}{16}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{5}a^2}{8}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{15}a^2}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi Δ là giao tuyến của mặt phẳng (ABM) với mặt phẳng (SDC).

Ta có AB song song với (SDC) nên suy ra AB song song với Δ.

Gọi N là trung điểm SC, ta có $N \in \Delta$.

Do đó thiết diện là hình thang cân $ABNM$.

Kẻ $MH \perp AB$ tại H, $H \in AB$. Do $AB = CD$ và $MN < CD$ nên H thuộc đoạn AB.

Áp dụng công thức độ dài đường trung tuyến, ta có

$$AM = \sqrt{\frac{a^2 + 2a^2}{2} - \frac{2a^2}{4}} = a.$$

Mặt khác $AH = \dfrac{AB - MN}{2} = \dfrac{a - \frac{a}{2}}{2} = \dfrac{a}{4}$ nên $MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{4}$.

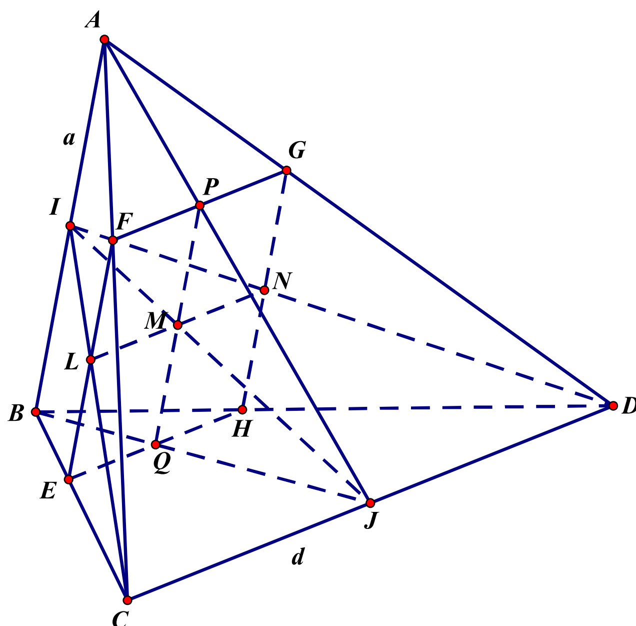
Suy ra $S_{ABNM} = \dfrac{MH.(MN + AB)}{2} = \dfrac{3\sqrt{15}a^2}{16}$.

Câu 1: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD,
giả sử $AB \perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD.
Tính diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) biết $IM = \frac{1}{3}IJ$.

A. ab. **B.** $\frac{ab}{9}$. **C.** $2ab$. **D.** $\frac{2ab}{9}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases}(\alpha)//CD\\ CD\subset(ICD)\\ M\in(\alpha)\cap(ICD)\end{cases}$ $\Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (ICD) là đường thẳng qua M và song song với CD cắt IC tại L và ID tại N.

$\begin{cases}(\alpha)//AB\\ AB\subset(JAB)\\ M\in(\alpha)\cap(JAB)\end{cases}$ $\Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (JAB) là đường thẳng qua M và song song với AB cắt JA tại P và JB tại Q.

Ta có $\begin{cases}(\alpha)//AB\\ AB\subset(ABC)\\ L\in(\alpha)\cap(ABC)\end{cases}$ $\Rightarrow EF//AB$ (1)

Tương tự $\begin{cases}(\alpha)//AB\\ AB\subset(ABD)\\ N\in(\alpha)\cap(ABD)\end{cases}$ $\Rightarrow HG//AB$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EF//HG//AB$ (3)

Ta có $\begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (ACD) \\ P \in (\alpha) \cap (ACD) \end{cases} \Rightarrow FG // CD \quad (4)$

Tương tự $\begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (BCD) \\ Q \in (\alpha) \cap (BCD) \end{cases} \Rightarrow EH // CD \quad (5)$

Từ (4) và (5) $\Rightarrow FG // EH // CD$ (6).

Từ (3) và (6), suy ra $EFGH$ là hình bình hành. Mà $AB \perp CD$ nên $EFGH$ là hình chữ nhật.

Xét tam giác ICD có: $LN // CD \Rightarrow \dfrac{LN}{CD} = \dfrac{IN}{ID}$.

Xét tam giác ICD có: $MN // JD \Rightarrow \dfrac{IN}{ID} = \dfrac{IM}{IJ}$.

Do đó $\dfrac{LN}{CD} = \dfrac{IM}{IJ} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow LN = \dfrac{1}{3}CD = \dfrac{b}{3}$.

Tương tự $\dfrac{PQ}{AB} = \dfrac{JM}{JI} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow PQ = \dfrac{2}{3}AB = \dfrac{2a}{3}$.

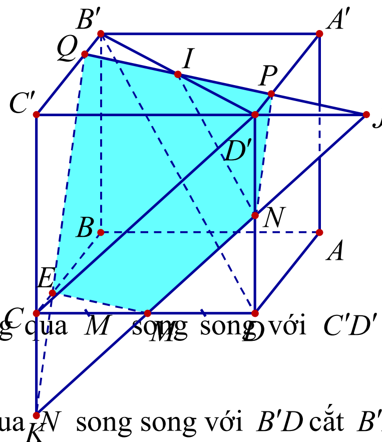
Vậy $S_{EFGH} = PQ.LN = \dfrac{2ab}{9}$.

Câu 2: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD, (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD'. Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

A. Ngũ giác. **B.** Tứ giác. **C.** Tam giác. **D.** Lục giác.

Lời giải

Chọn A



Trong $(CDD'C')$ kẻ đường thẳng qua M song song với $C'D'$ cắt DD' tại N, cắt $C'D'$ tại J, cắt CC' tại K.

Trong $(B'DD')$ kẻ đường thẳng qua N song song với $B'D$ cắt $B'D'$ tại I

Trong $(A'B'C'D')$ nối IJ cắt $A'D'$ tại P, cắt $C'B'$ tại Q.

Trong $(CBB'C')$: Nối QK cắt CB tại E.

Thiết diện là ngũ giác $MNPQE$

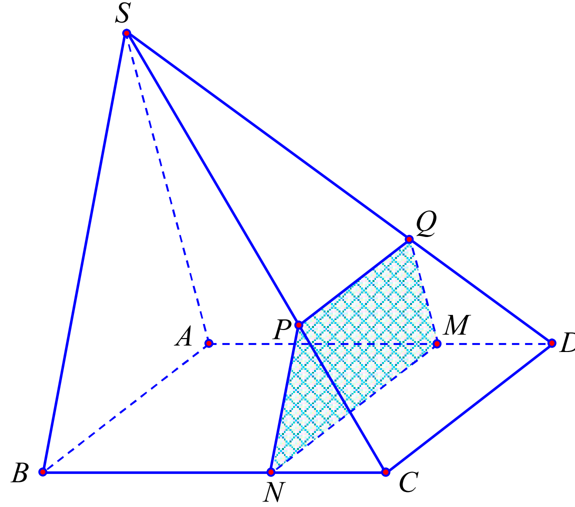
Câu 3: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A, $SA = a\sqrt{3}$, $SB = 2a$. Điểm M nằm

trên đoạn AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB). Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P).

A. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{18}$. **B.** $\frac{5a^2\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

❍ $\begin{cases}(P)//(SAB)\\ M \in AD, M \in (P)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}(P)\cap(ABCD) = MN\\ (P)\cap(SCD) = PQ\end{cases}$ và $MN // PQ // AB$ (1)

❍ $\begin{cases}(P)//(SAB)\\ M \in AD, M \in (P)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}(P)\cap(SAD) = MQ\\ (P)\cap(SBC) = NP\end{cases}$ và $\begin{cases}MQ // SA\\ NP // SB\end{cases}$

Mà tam giác SAB vuông tại A nên $SA \perp AB \Rightarrow MN \perp MQ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra (P) cắt hình chóp theo thiết diện là hình thang vuông tại M và Q.

Mặt khác

❍ $MQ // SA \Rightarrow \frac{MQ}{SA} = \frac{DM}{DA} = \frac{DQ}{DS} \Rightarrow MQ = \frac{1}{3}SA$ và $\frac{DQ}{DS} = \frac{1}{3}$.

❍ $PQ // CD \Rightarrow \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} \Rightarrow PQ = \frac{2}{3}AB$, với $AB = \sqrt{SB^2 - SA^2} = a$

Khi đó $S_{MNPQ} = \frac{1}{2}MQ.(PQ + MN) \Leftrightarrow S_{MNPQ} = \frac{1}{2}\frac{SA}{3}.\left(\frac{2AB}{3} + AB\right) \Leftrightarrow S_{MNPQ} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{18}$.

Câu 4: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB // CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sao đây đúng?

A. $AB = \frac{1}{3}CD$. **B.** $AB = \frac{3}{2}CD$. **C.** $AB = 3CD$. **D.** $AB = \frac{2}{3}CD$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $(IJG)\cap(SAB)=\{G\}$ ta có $IJ//AB$ vì IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$

$(IJG)\cap(SAB)=Gx//AB//IJ$. Gọi $E=Gx\cap SA, F=Gx\cap SB$

$(IJG)\cap(SAD)=EI\,;(IJG)\cap(ABCD)=IJ\,;(IJG)\cap(SBC)=JF$

Suy ra thiết diện (IJG) và hình chóp là hình bình hành $IJFE \Leftrightarrow IJ=EF\ (1)$

vì G là trọng tâm tam giác $SAB \Leftrightarrow SG=\frac{2}{3}GH \Rightarrow EF=\frac{2}{3}AB\ (2)$

và $IJ=\frac{AB+CD}{2}\ (3)$ vì IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$

Từ $(1),(2)$ và (3) $\Rightarrow \frac{2}{3}AB=\frac{AB+CD}{2} \Leftrightarrow 4AB=3AB+3CD \Leftrightarrow AB=3CD$

Câu 5: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SD, N là trọng tâm tam giác SAB. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (SBC) tại điểm I. Tính tỷ số $\frac{IN}{IM}$.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Chọn D

Gọi $J;E$ lần lượt là trung điểm $SA;AB$.

Trong mặt phẳng $(BCMJ)$ gọi $I=MN\cap BC$.

- Ta có: IM là đường trung tuyến của tam giác SID.

- Trong tam giác ICD ta có BE song song và bằng $\frac{1}{2}CD$ nên suy ra BE là đường trung bình của tam giác $ICD \Rightarrow E$ là trung điểm $ID \Rightarrow SE$ là đường trung tuyến của tam giác SID.

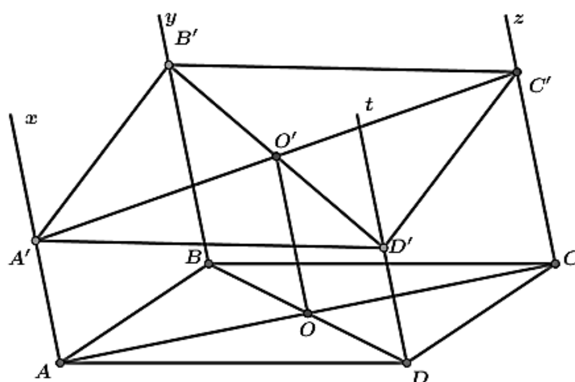
Ta có: $N = IM \cap SE \Rightarrow N$ là trọng tâm tam giác $SID \Rightarrow \frac{IN}{IM} = \frac{2}{3}$.

Câu 6: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3$, $BB' = 5$, $CC' = 4$. Tính DD'.

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C



Do (P) cắt mặt phẳng (Ax, By) theo giao tuyến $A'B'$; cắt mặt phẳng (Cz, Dt) theo giao tuyến $C'D'$, mà hai mặt phẳng (Ax, By) và (Cz, Dt) song song nên $A'B'//C'D'$.

Tương tự có $A'D'//B'C'$ nên $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Gọi O, O' lần lượt là tâm $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Dễ dàng có OO' là đường trung bình của hai hình thang $AA'C'C$ và $BB'D'D$ nên $OO' = \frac{AA' + CC'}{2} = \frac{BB' + DD'}{2}$.

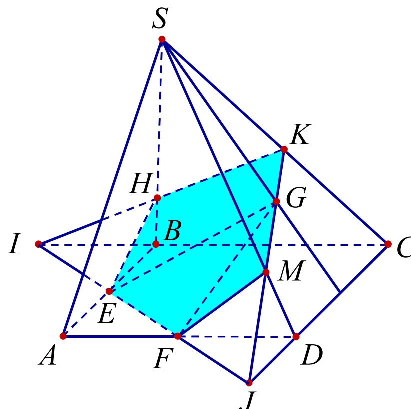
Từ đó ta có $DD' = 2$.

Câu 1: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD. E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng $(ABCD): EF \cap BC = I$; $EF \cap CD = J$

Trong mặt phẳng $(SCD): GJ \cap SC = K$; $GJ \cap SD = M$

Trong mặt phẳng $(SBC): KI \cap SB = H$

Ta có: $(GEF) \cap (ABCD) = EF$, $(GEF) \cap (SAD) = FM$, $(GEF) \cap (SCD) = MK$

$(GEF) \cap (SBC) = KH$, $(GEF) \cap (SAB) = HE$

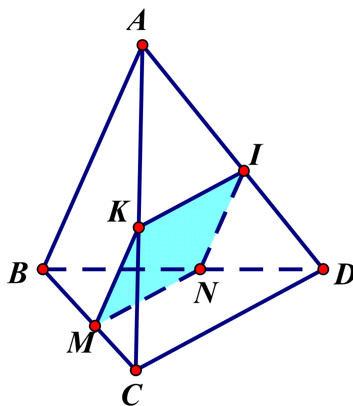
Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EFG) là ngũ giác $EFMKH$

Câu 2: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\frac{31}{7}$. **B.** $\frac{18}{7}$. **C.** $\frac{24}{7}$. **D.** $\frac{15}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử một mặt phẳng song song với AB và CD cắt tứ diện $ABCD$ theo một thiết diện là hình thoi $MNIK$ như hình vẽ trên. Khi đó ta có: $\begin{cases} MK\,//\,AB\,//\,IN \\ MN\,//\,CD\,//\,IK \\ MK = KI \end{cases}$.

Cách 1: Theo định lí Ta – lét ta có: $\begin{cases} \dfrac{MK}{AB} = \dfrac{CK}{AC} \\ \dfrac{KI}{CD} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{MK}{6} = \dfrac{AC - AK}{AC} \\ \dfrac{KI}{8} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{AK}{AC} \Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{KI}{8} \Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{MK}{8} \Leftrightarrow \dfrac{7}{24}MK = 1 \Leftrightarrow MK = \dfrac{24}{7}$.

Vậy hình thoi có cạnh bằng $\dfrac{24}{7}$.

Cách 2: Theo định lí Ta – lét ta có: $\begin{cases} \dfrac{MK}{AB} = \dfrac{CK}{AC} \\ \dfrac{KI}{CD} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{MK}{AB} + \dfrac{MK}{CD} = \dfrac{CK}{AC} + \dfrac{AK}{AC}$

$\Rightarrow \dfrac{MK}{6} + \dfrac{MK}{8} = \dfrac{AK + KC}{AC} \Rightarrow \dfrac{7MK}{24} = \dfrac{AC}{AC} = 1 \Rightarrow MK = \dfrac{24}{7}$.

Câu 3: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Có hai chiếc hộp A và B. Hộp A chứa 6 viên bi trắng, 4 viên bi đen. Hộp B chứa 7 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Người ta lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp A bỏ vào hộp B rồi sau đó từ hộp B lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai viên bi lấy được từ hộp B là hai viên bi trắng.

A. $\dfrac{126}{275}$. **B.** $\dfrac{21}{55}$. **C.** $\dfrac{123}{257}$. **D.** $\dfrac{37}{83}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Ω là không gian mẫu.

Có 10 cách lấy ra 1 viên bi từ hộp A. Khi bỏ viên bi lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trong hộp B là 11. Khi đó có C_{11}^2 cách lấy 2 viên bi từ hộp B. Do đó ta có $n(\Omega) = 10C_{11}^2$.

Có 4 cách lấy ra một viên bi đen từ hộp A. Khi bỏ viên bi đen lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trắng trong hộp B vẫn là 7. Khi đó có C_7^2 cách lấy 2 viên bi trắng từ hộp B.

Có 6 cách lấy ra một viên bi trắng từ hộp A. Khi bỏ viên bi trắng lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trắng trong hộp B là 8. Khi đó có C_8^2 cách lấy 2 viên bi trắng từ hộp B.

Vậy có tổng cộng $4C_7^2 + 6C_8^2$ cách lấy theo yêu cầu bài ra.

Do đó xác suất cần tính là $P = \dfrac{4C_7^2 + 6C_8^2}{10C_{11}^2} = \dfrac{126}{275}$.

Câu 1: **(Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018)** Từ các chữ số 1, $2,3,4,5$, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm tám chữ số sao cho trong mỗi số đó có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?

A. 2612. **B.** 2400. **C.** 1376. **D.** 2530.

Hướng dẫn giải

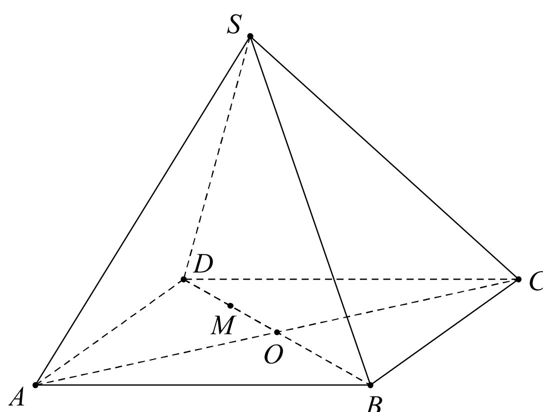
Chọn B

Bước 1: ta xếp các số lẻ: có các số lẻ là 1, 1, $1,3,5$ vậy có $\dfrac{5!}{3!}$ cách xếp.

Bước 2: ta xếp 3 số chẵn $2,4,6$ xen kẽ 5 số lẻ trên có 6 vị trí để xếp 3 số vậy có A_6^3 cách xếp.

Vậy có $\dfrac{5!}{3!}.A_6^3 = 2400$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

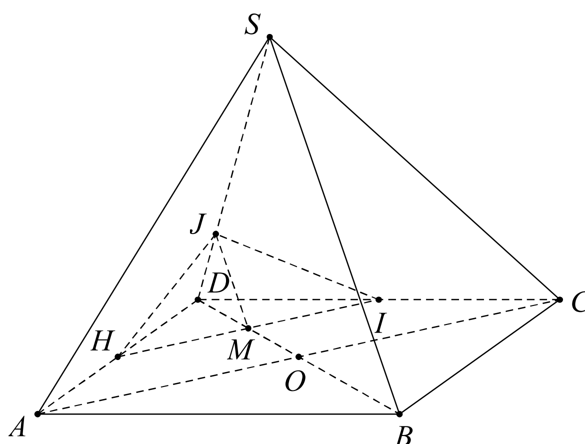
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của DO, (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AC và SD. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì.



A. Ngũ giác. B. Tứ giác. C. Lục giác. D. Tam giác.

Lời giải

Chọn A



Dựng d qua M song song với AC và lần lượt cắt AD, CD tại E, F.

$d \cap AD = E$; $d \cap CD = F$,

Dựng d_1 qua M song song với SD và lần lượt cắt SA, SB, SC tại G, H, I.

Mặt phẳng (α) cắt hình chóp tạo nên thiết diện là ngũ giác $EFIHG$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC = 3MC$. Lấy N trên cạnh $C'D$ sao cho $C'N = xC'D$. Với giá trị nào của x thì $MN \,//\, BD'$.

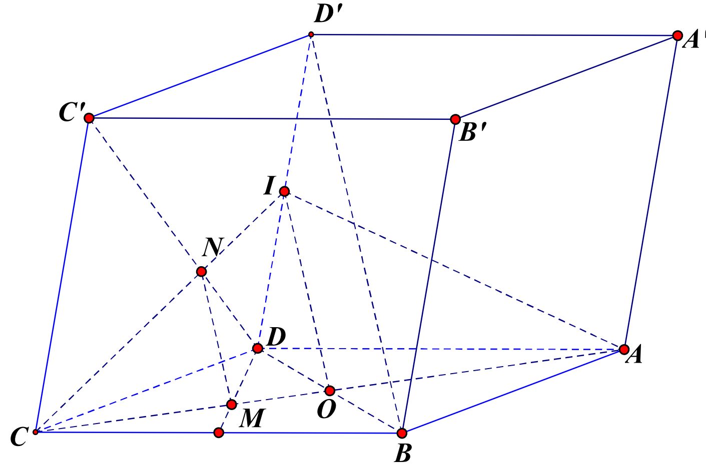
A. $x = \frac{2}{3}$. **B.** $x = \frac{1}{3}$. **C.** $x = \frac{1}{4}$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC = 3MC$. Lấy N trên cạnh $C'D$ sao cho $C'N = xC'D$. Với giá trị nào của x thì $MN \,//\, BD'$.

A. $x = \frac{2}{3}$. **B.** $x = \frac{1}{3}$. **C.** $x = \frac{1}{4}$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC = 3MC$. Nên M là trọng tâm của tam giác BCD.

Gọi O và I lần lượt là trung điểm của AC và DD'. Khi đó ta có: $BD' \,//\, (IAC)$.

Trong $(CDD'C')$, gọi $N' = CI \cap C'D$. Suy ra N' là trọng tâm tam giác CDD'.

Do đó: $\frac{CM}{CO} = \frac{2}{3} = \frac{CN'}{CI} \Rightarrow MN' \,//\, OI$, mà $OI \,//\, BD'$ nên $MN' \,//\, BD'$.

Vậy $N' \equiv N$ và $x = \frac{2}{3}$.

Câu 30. Trong không gian cho các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng thỏa mãn $(x-y)\vec{a} + (y-z)\vec{b} = (x+z-2)\vec{c}$. Tính $T = x+y+z$.

A. 2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 35. Trong không gian cho các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng thỏa mãn $(x-y)\vec{a} + (y-z)\vec{b} = (x+z-2)\vec{c}$. Tính $T = x+y+z$.

A. 2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Vì các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng nên:

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 1.$$

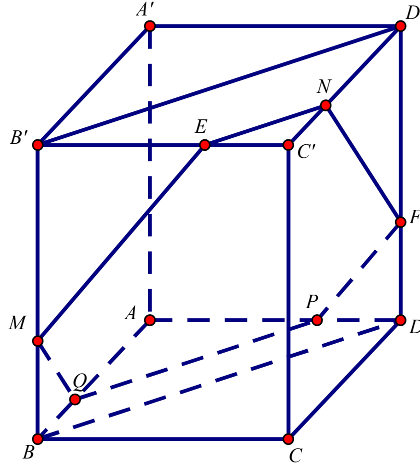
Vậy $T = x + y + z = 3$.

Câu 1: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh $BB', C'D', DA$ sao cho $BM = C'N = DP = \frac{a}{3}$. Tìm diện tích thiết diện S của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

A. $S = \frac{17\sqrt{3}a^2}{18}$. **B.** $S = \frac{5\sqrt{3}a^2}{18}$. **C.** $S = \frac{13\sqrt{3}a^2}{18}$. **D.** $S = \frac{11\sqrt{3}a^2}{18}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\frac{BM}{C'N} = \frac{MB'}{ND'} = \frac{BB'}{C'D'} = 1$, do đó theo định lý ta-let trong không gian thì BC', MN, $B'D'$ lần lượt cùng song song với một mặt phẳng. Mà $B'D' // (BC'D)$ và $BC' \subset (BC'D)$ nên ta có $MN // (BC'D)$. Chứng minh tương tự ta có $NP // (BC'D)$. Do đó $(MNP) // (BC'D)$.

Qua P, kẻ $PQ // BD, Q \in AB$. Qua N, kẻ $NF // C'D, F \in D'D$.

Qua M, kẻ $ME // BC', E \in B'C'$.

Khi đó ta có thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) với hình lập phương là lục giác $MENFPQ$.

Dễ thấy $EN = PF = MQ = \frac{a\sqrt{2}}{3}$, $NF = PQ = ME = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$ và tam giác $BC'D$ là tam giác đều vì $BC' = BD = DC' = a\sqrt{2}$. Do đó $\widehat{ENF} = \widehat{NFP} = \widehat{FPQ} = \widehat{PQM} = \widehat{QME} = \widehat{MEN} = 60°$

Suy ra: $EF^2 = EN^2 + NF^2 - 2.EN.NF.\cos 60° = \frac{2}{3}a^2 \Rightarrow EF = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Tương tự thì $FQ = QE = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Ta có $S_{MENFPQ} = 3.S_{ENF} + S_{EFQ} = 3.\frac{1}{2}.\frac{2a\sqrt{2}}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{2a^2}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{18}a^2$.

Câu 2: **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho một đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn (O). Chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất sao cho bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của hình chữ nhật.

A. $\dfrac{3}{323}$. **B.** $\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{2}{969}$. **D.** $\dfrac{7}{216}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{20}^{4}$.

Gọi A là biến cố: " 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của hình chữ nhật".

Trong 20 đỉnh của đa giác luôn có 10 cặp điểm đối xứng qua tâm của đường tròn, tức là trong 20 đỉnh của đa giác ta có được 10 đường kính của đường tròn. Cứ hai đường kính là hai đường chéo một hình chữ nhật. Vậy $n(A)=C_{10}^{2}$.

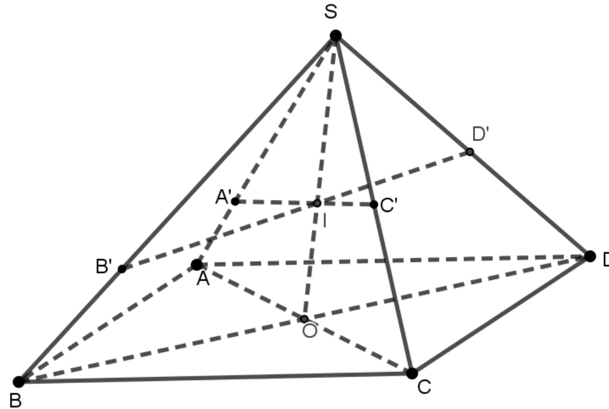
Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{3}{323}$.

Câu 3: **----------HẾT----------(THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A' là điểm trên SA sao cho $\overrightarrow{A'A}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{A'S}$. Mặt phẳng (α) qua A' cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{SB}{SB'}+\dfrac{SD}{SD'}-\dfrac{SC}{SC'}$.

A. $T=\dfrac{3}{2}$. **B.** $T=\dfrac{1}{3}$. **C.** $T=2$. **D.** $T=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là giao của AC và BD. Ta có O là trung điểm của đoạn thẳng AC, BD.

Các đoạn thẳng SO, $A'C'$, $B'D'$ đồng quy tại I.

Ta có: $S_{SA'I}+S_{SC'I}=S_{SA'C'}\Leftrightarrow \dfrac{S_{SA'I}}{S_{SAC}}+\dfrac{S_{SC'I}}{S_{SAC}}=\dfrac{S_{SA'C'}}{S_{SAC}}\Leftrightarrow \dfrac{S_{SA'I}}{2S_{SAO}}+\dfrac{S_{SC'I}}{2S_{SCO}}=\dfrac{S_{SA'C'}}{S_{SAC}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{SA'}{2SA}.\dfrac{SI}{SO}+\dfrac{SC'}{2SC}.\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC}\Leftrightarrow \dfrac{SI}{2SO}\left(\dfrac{SA'}{SA}+\dfrac{SC'}{SC}\right)=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC}\Leftrightarrow \dfrac{SA}{SA'}+\dfrac{SC}{SC'}=2.\dfrac{SO}{SI}$.

Tương tự: $\dfrac{SB}{SB'}+\dfrac{SD}{SD'}=2.\dfrac{SO}{SI}$

Suy ra: $\dfrac{SB}{SB'}+\dfrac{SD}{SD'}-\dfrac{SC}{SC'}=\dfrac{SA}{SA'}=\dfrac{3}{2}$.